

Trigonométrie

Exercice 1 - Des équations trigonométriques

Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ les équations suivantes.

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 2 - Déterminer la valeur de cosinus

Dans cet exercice, on donne :

$$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$$

Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ puis de $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.

Exercice 3 - Exercice sur la tangente

Dans cet exercice, on dispose de la donnée suivante : $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.

1. Soit $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$. Démontrer que $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$.
2. En déduire que :
 $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}$.

Exercice 4 - Résoudre une équation trigonométrique

Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation : $\sin(2x) = \cos(x)$.

Exercice 5 - Résoudre deux équations trigonométriques

Résoudre dans $] -\pi; \pi [$ les équations suivantes :

1. $2\cos^3 x - 7\cos^2 x + 2\cos x + 3 = 0$.

2. $2\sin^3 x + \cos^2 x - 5\sin x - 3 = 0$.

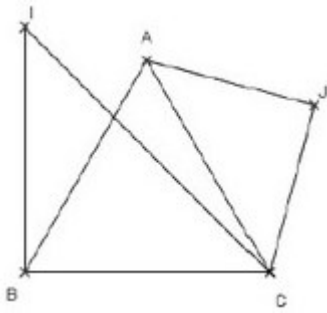
Exercice 6 - Résoudre une équation trigonométrique complexe

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$2\sin^3 x - 17\sin^2 x + 7\sin x + 8 = 0$$

Exercice 7 - Triangle équilatéral et mesure d'angles

Sur la figure ci-dessous, ABC est équilatéral, BCI et ACJ sont rectangles isocèles respectivement en B et J.



1. Déterminer une mesure de chacun des angles suivants :

$$(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$(\vec{BI}, \vec{BA})$$

$$(\vec{AI}, \vec{AB})$$

$$(\vec{BC}, \vec{CJ})$$

$$(\vec{CJ}, \vec{BI})$$

2. Montrer que les points A, I et J sont alignés.

Exercice 8 - Cercle trigonométrique et points

Tracer un cercle trigonométrique et placer sur ce cercle les points A, M, N, P et Q repérés par les nombres suivants :



Exercice 9 - Mesure principale d'un angle

Déterminer la mesure principale des angles :

$$\alpha = \frac{114\pi}{4} ; \beta = -\frac{91\pi}{6} ; \gamma = 70$$

Exercice 10 - Relations métriques dans le triangle

ABC est un triangle avec $BC = 4, \widehat{B} = \frac{\pi}{4}, \widehat{C} = \frac{\pi}{3}$.

1. Démontrer que $\sin \widehat{A} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

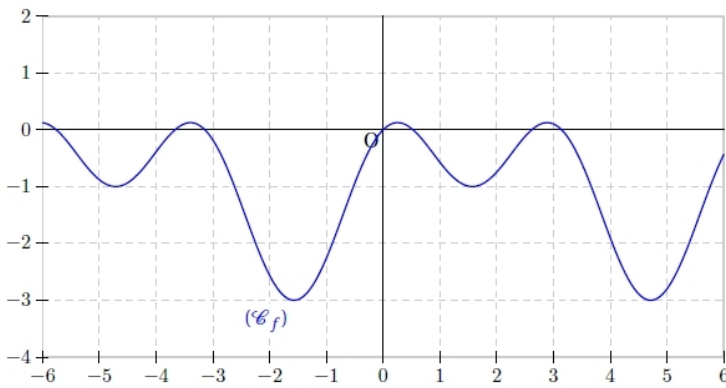
2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC.

Exercice 11 - Représentation graphique de fonctions trigonométriques

Démontrer que la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \cos(2x) + \sin x - 1$$

est située entre les droites d'équation $y = -3$ et $y = 1$.



Exercice 12 - Résoudre une équation trigonométrique

Démontrer que, pour tout réel x :

$$\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x).$$

Exercice 13 - Utiliser les formules d'addition

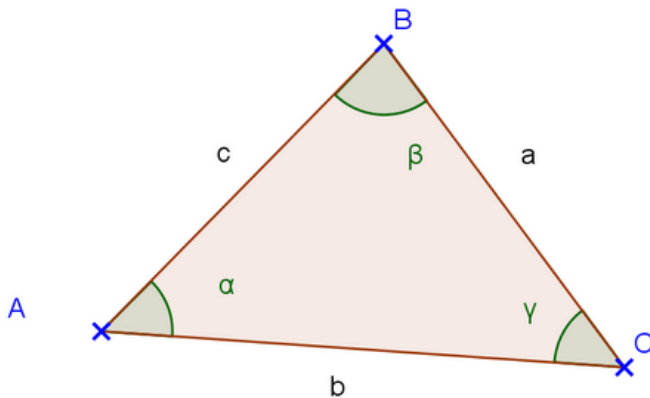
En utilisant les formules d'addition, calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice 14 - Les formules d'Al-Kashi

Soit ABC un triangle quelconque.

On note :

- a la longueur du segment [BC] ;
- b la longueur du segment [AC] ;
- c la longueur du segment [AB] ;



Montrer que :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos(\gamma)$$

Exercice 15 - Formule de trigonométrie

Montre que :

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 4 \cos 2x$$

Exercice 16 - Mesure principale et figure dans le plan

Calculer la mesure principale de (\vec{DC}, \vec{DA}) sachant que :

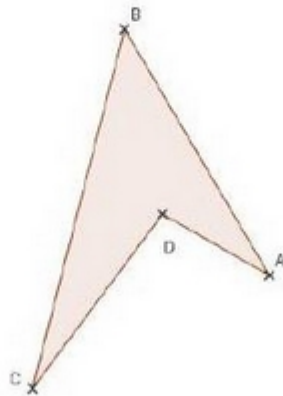
$$(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

$$(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$(\vec{CD}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{8} [2\pi]$$

Calculer la mesure principale de (\vec{DC}, \vec{DA}) sachant que : $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{6} [2\pi]$,

$$(\vec{BC}, \vec{BA}) = \frac{\pi}{4} [2\pi] \quad \text{et} \quad (\vec{CD}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{8} [2\pi].$$



Exercice 17 - Relations métrique dans le triangle

ABC est un triangle avec $BC = 4$, $\widehat{B} = \frac{\pi}{4}$ et $\widehat{C} = \frac{\pi}{3}$.

1. Démontrer que $\sin A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.
2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire de ABC.

Exercice 18

Un triangle ABC a pour aire $S = 5 \text{ cm}^2$.

De plus, $c = AB = 13 \text{ cm}$ et $b = AC = 2 \text{ cm}$.

Calculer la (ou les) longueur(s) possible(s) du troisième côté $a = BC$.

Exercice 19

ABC est un triangle .

On sait que $AB = 7$, $AC = 4$ et $\widehat{A} = 60^\circ$.

1. Calculer la valeur exacte de BC.
2. Calculer la valeur exacte de $\sin B$.

Exercice 20

Démontrer que deux angles supplémentaires ont le même sinus.

ABCD est un quadrilatère. On suppose que les segments [AC] et [BD] sont à l'intérieur du quadrilatère.

Démontrer que l'aire S du quadrilatère ABCD est donnée par :

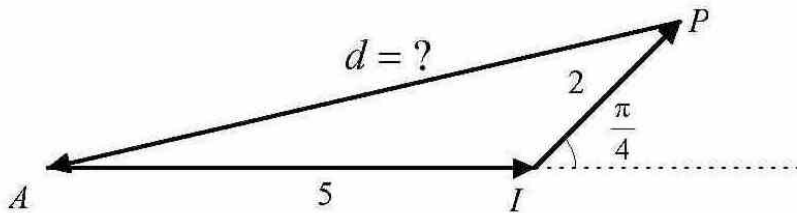
⊗ (⊗ désigne l'angle formé par les diagonales).

Exercice 21

Un promeneur marche 5 km en direction de l'est, puis 2 km en direction du nord-est. Surpris par le mauvais temps, il retourne directement vers son point de départ en courant.

Sur quelle distance d a-t-il couru ?

On donnera la valeur exacte puis la valeur approchée à 0,01 km près.



Exercice 22

Démontrer la propriété suivante :

ABC est un triangle rectangle en A $\Leftrightarrow \sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$.

