

EXERCICE.01 : (07 pts)

Une centrale d'un barrage est équipée d'une turbine hydraulique (type Pelton), dont les aubes sont entraînées par un jet d'eau sous pression. La conduite de sortie de diamètre $d=2,5\text{m}$ est située à une altitude $Z_2=5\text{m}$. Le débit volumique $q_v=25\text{m}^3/\text{s}$. On suppose que le niveau d'eau du barrage ($Z_1=30\text{m}$) varie très lentement, et les pertes de charges sont estimées à $J_{12}=32,75\text{ J/kg}$. L'énergie mécanique de la turbine est convertie par un alternateur de courant électrique (220kV), dont 17% de l'énergie électrique soit perdue sous forme de chaleur.

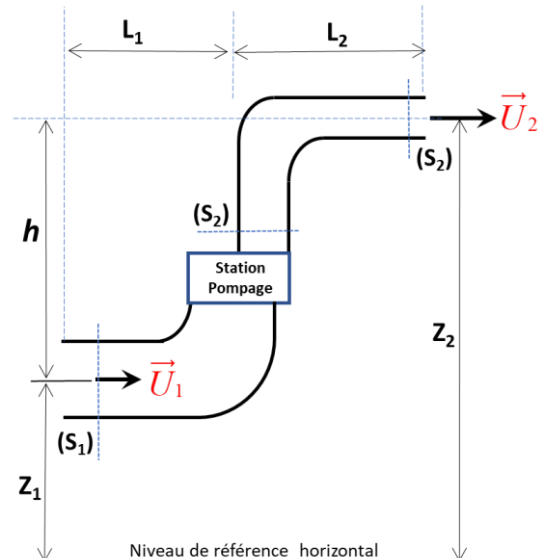
On donne : $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ et $g=9,81\text{ m/s}^2$.

- 1) Déterminer la vitesse d'écoulement d'eau à la sortie.
- 2) Déterminer la puissance disponible sur l'arbre de turbine en MW, si son rendement est de 60%.
- 3) Déduire la puissance électrique et l'intensité du courant produit.

EXERCICE.02 : [8 points]

Un débit de 900 kg/s de pétrole brut s'écoule dans un pipeline, qui constitue le volume de contrôle présenté sur la figure. Les sections en amont et en aval de la station de pompage sont respectivement $S_1=0.400\text{m}^2$ et $S_2=0.200\text{m}^2$; avec les hauteurs : $Z_1=9\text{m}$ et $Z_2=30\text{m}$ et les pressions : $P_1=140\text{kPa}$ et $P_2=1\text{MPa}$. Les longueurs horizontales : $L_1=50\text{m}$ et $L_2=250\text{m}$ et le coef. $K_s=0.5$ des deux coudes 90° . On donne : la densité du pétrole 0.9 et la viscosité dynamique est $0.261\text{Pa}\cdot\text{s}$ et $g=10\text{m/s}^2$.

- 1) Déterminer les pertes de charge linéaire et singulière du système pipeline.
- 2) Déduire la puissance utile fournie par la station, en considérant que la pompe a un rendement de 70%.



EXERCICE.03 : [5 points]

Le tenseur de déformation des contraintes de Reynolds $\bar{e}$ est présenté par la matrice suivante :

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

- Décomposé la matrice $\bar{G}$ en deux tenseurs symétrique et antisymétrique ($\bar{G} = \bar{e} + \bar{w}$).
- Que représente chacun des deux tenseurs $\bar{e}$ et $\bar{w}$.
- Que représente la somme des éléments de la trace du tenseur $\bar{e}$.

Bonne chance...

Exercice 1: [7.5 points]

1) La vitesse à la sortie : $q_v = V_2 A_2$ et $A_2 = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow V_2 = \frac{4q_v}{\pi d^2} = \frac{4 \times 25}{\pi \times (2.5)^2} = 5.093 \text{ m/s}$ [0.5+0.5 pts]

2) La puissance appliquée à l'arbre de turbine :

Équation de Bernoulli entre (1) et (2) : $\rho g Z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + P_1 = \rho g Z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + P_2 + \frac{P_{net}}{q_v} + \rho J_{12}$ [01 pt]

$$\rho g Z_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + P_1 = \rho g Z_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + P_2 + \frac{P_{net}}{q_v} + \rho J_{12}$$

or: $P_1 = P_2 = P_{atm}$, $V_1 = 0$ et $P_a = \eta_{tr} \times P_{net}$ [1.5=0.5+0.5+0.5 pts]

Donc : $P_a = -\eta_{tr} \cdot \rho \cdot q_v \left[g(Z_2 - Z_1) + \frac{V_2^2}{2} + J_{12} \right]$ [01 pt]

$$\Rightarrow P_a = -0.6 \times 1000 \times 25 \left[9.81 \times (5 - 30) + \frac{25}{2} + 32.75 \right] = -15000(-245.25 + 12.5 + 32.75) = 3 \times 10^6 \text{ W} = 3 \text{ MW}$$
 [01 pt]

3) La puissance électrique produite par l'alternateur :

$$P_{elec} = \eta_{elec} \times P_a = (1 - 0.17) \times 3 \times 10^6 \Rightarrow P_{elec} = 2.49 \times 10^6 = 2.5 \text{ MW}$$
 [01=0.5+0.5 pt]

L'intensité du courant électrique produit :

$$P_{elec} = U \times I \Rightarrow I = \frac{P_{elec}}{U} = \frac{2.5 \times 10^6}{220 \times 10^3} = 11.4 \text{ A}$$
 [01=0.5+0.5 pts]

Exercice 2: [10 points]

1) Déterminer les pertes de charge linéaires et singulières :

a) Régime d'écoulement :

$$Re_1 = \frac{U_1 D_1 \rho}{\mu} = \frac{q_v}{S_1} \frac{D_1 \rho}{\mu} \text{ avec } U_1 = \frac{q_v}{S_1} \Rightarrow Re_1 = \frac{\dot{m}}{S_1} \frac{D_1}{\mu} = \frac{900}{0.4} \frac{0.714}{0.261} = 6155 \text{ turbulent - lisse}$$

[02=1+1 pts]

$$Re_2 = \frac{U_2 D_2 \rho}{\mu} = \frac{q_v}{S_2} \frac{D_2 \rho}{\mu} \text{ avec } U_2 = \frac{q_v}{S_2} \Rightarrow Re_2 = \frac{\dot{m}}{S_2} \frac{D_2}{\mu} = \frac{900}{0.2} \frac{0.505}{0.261} = 8706 \text{ turbulent - lisse}$$

on a : $S = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$ et $\rho = d \times \rho_{eau}$

b) Calcul des coefficients de pertes de charge linéaire :

$$\lambda = -0.316 Re^{-0.25}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = -0.316 (6155)^{-0.25} = -0.036$$
 [01=0.5+0.5 pts]

$$\text{et } \lambda_2 = -0.316 (8706)^{-0.25} = -0.033$$

c) Calcul des pertes de charge linéaire :

$$J_{L1} = -\lambda_1 \left(\frac{U_1^2}{2g} \right) \left(\frac{L_1}{D_1} \right) = -\frac{\lambda_1}{2g} \left(\frac{q_v}{S_1} \right)^2 \left(\frac{L_1}{D_1} \right) = -\frac{0.036}{20} \left(\frac{1}{0.4} \right)^2 \left(\frac{50}{0.714} \right) = -0.788 \quad [01=0.5+0.5 \text{ pts}]$$

$$\Rightarrow \Delta P_{L1} = J_{L1} \rho g = -0.788 \times 10 \times 900 \Rightarrow \Delta P_{L1} = -7.1 \text{ kPa}$$

$$J_{L2,h} = -\lambda_2 \left(\frac{U_2^2}{2g} \right) \left(\frac{L_2+h}{D_2} \right) = -\frac{\lambda_2}{2g} \left(\frac{q_v}{S_2} \right)^2 \left(\frac{L_2+h}{D_2} \right) = -\frac{0.033}{20} \left(\frac{1}{0.2} \right)^2 \left(\frac{250+21}{0.505} \right) = -22.14 \quad [01=0.5+0.5 \text{ pts}]$$

$$\Rightarrow \Delta P_{L1} = J_{L1} \rho g = -22.14 \times 10 \times 900 \Rightarrow \Delta P_{L1} = -199.3 \text{ kPa}$$

d) Calcul des pertes de charge singulière :

$$J_{S1} = -K_s \left(\frac{U_1^2}{2g} \right) = -\frac{K_s}{2g} \left(\frac{q_v}{S_1} \right)^2 = -\frac{0.5}{20} \left(\frac{1}{0.4} \right)^2 = -0.16 \quad [0.5=0.25+0.25 \text{ pts}]$$

$$\Rightarrow \Delta P_{S1} = J_{S1} \rho g = -0.16 \times 10 \times 900 \Rightarrow \Delta P_{S1} = -1.44 \text{ kPa}$$

$$J_{S2} = -K_s \left(\frac{U_2^2}{2g} \right) = -\frac{K_s}{2g} \left(\frac{q_v}{S_2} \right)^2 = -\frac{0.5}{20} \left(\frac{1}{0.2} \right)^2 = -0.63 \quad [0.5=0.25+0.25 \text{ pts}]$$

$$\Rightarrow \Delta P_{S2} = J_{S1} \rho g = -0.63 \times 10 \times 900 \Rightarrow \Delta P_{S1} = -5.6 \text{ kPa}$$

2) La puissance utile fournie par la station :

- En appliquant la relation de Bernoulli entre (1) et (2):

$$P_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} + \rho g z_1 + (\Delta P_{L1} + \Delta P_{L2,h} + \Delta P_{S1} + \Delta P_{S2}) + \frac{P_{net}}{q_v} = P_2 + \frac{\rho u_2^2}{2} + \rho g z_2 \quad [01 \text{ pt}]$$

$$\Rightarrow P_{net} = q_v \times \left(P_2 - P_1 + \frac{\rho}{2} (u_2^2 - u_1^2) + \rho g (z_2 - z_1) - (\Delta P_{L1} + \Delta P_{L2,h} + \Delta P_{S1} + \Delta P_{S2}) \right) \quad [01 \text{ pt}]$$

- La puissance nette :

$$\Rightarrow P_{net} = 1 \times (860 + 0.45(25 - 6.25) + 189 - (-7.1 - 199.3 - 1.44 - 5.6)) \times 10^3 = 1271 \times 10^3 \text{ W} \quad [01 \text{ pt}]$$

$$\Rightarrow P_{net} = 1.27 \text{ MW}$$

- La puissance utile :

$$\Rightarrow P_{utile} = \frac{P_{net}}{\eta} = \frac{1271}{0.7} = 1816 \Rightarrow P_{utile} = 1.82 \text{ MW} \quad [01 \text{ pt}]$$

Exercice 3: [2.5 points]

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

[0.5pt]

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

[0.5pt]

- Tenseur de déformations longitudinale et angulaire. [0.5pt],
- Tenseur de rotation pure. [0.5pt],
- La somme des éléments de la trace du tenseur " $\bar{e}$ " représente la divergence la vitesse : $\text{div}(\vec{U})$. [0.5pt],