Introduction aux sciences de la Terre
Examen du mercredi **22** avril 1998

Magistère des sciences de la matière, Deuxième année, ENS Lyon.

Examen avec documents. Durée : 3h.

6 pages. Les parties sont indépendantes.

On prendra $G = 6,673.10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} pour valeur de la constante de gravitation. Excepté à l'exercice III, $R = 6371$ km est le rayon de la Terre. On rappelle que la distance épicentrale est la distance angulaire entre l'épicentre d'un séisme et le sismographe (angle θ sur la figure 1) et qu'une hodochrone $T(\theta)$ est un temps d'arrivée T d'une onde en fonction de la distance épicentrale θ. Barème proposé : I-6, II-5, III-5, IV-4. (les corrections par rapport à l'énnoncé donné le 22 avril sont indiquées en gras).

I. Sismologie

On cherche à déterminer en première approximation le rayon du noyau de la Terre.

1) On commence par considérer pour cela une Terre homogène, c'est-à-dire dans laquelle les vitesses α et β des ondes P et S sont constantes. Quelle est la forme des rais dans une telle Terre ? Donner l'expression des hodochrones $T_P(\theta)$ et $T_S(\theta)$ des ondes directes P et S.

2) Sauf vers 120° où elles ne sont pas observées, des mesures donnent comme temps d'arrivée des ondes P :

- $T(60°) = 10$ min 11 s,
- $T(90°) = 13$ min 27 s,
- $T(150°) = 19$ min 47 s,
- $T(180°) = 20$ min 12 s.

A quelles valeurs de α correspondent-elles ? Avez-vous une explication concernant ces résultats ?

3) On considère maintenant l'existence d'un noyau de rayon c et de vitesse longitudinale constante α_c. Donner l'expression de l'hodochrone $T_{PcP}(\theta)$ de l'onde P réfléchie en onde P à la surface du noyau.

4) Quelle est la valeur maximale θ_l de θ pour laquelle l'onde PcP existe. Représenter l'allure des hodochrones P et PcP. Que se passe-t-il d'autre à l'angle limite θ_l ?

5) On mesure $T_{PcP}(0°)$=8 min 32 s. En admettant que la vitesse trouvée en 2) pour l'onde P observée à 90° soit une bonne approximation de la vitesse moyenne dans le manteau (l'erreur est inférieure à 1%), estimer la profondeur de la discontinuité noyau-manteau et l'erreur sur cette estimation. Comparer avec la valeur du cours. En déduire la valeur de θ_l, et la vitesse moyenne dans le noyau.

II. Gravimétrie

On considère une montagne en forme de demi-sphère (cf. fig. 2) et l'attraction qui en résulte. L'altitude de la montagne est $h = 5$ km, sa densité est celle de la croûte $\rho_c = 2,7$. On note g_0 le champ de pesanteur « moyen », c'est-à-dire sans la montagne, à altitude nulle ($h = 0$) et $g = g_0 + \delta g$ le champ avec la montagne. Le champ $g_0 = 9,82$ ms^{-2} est dû à l'attraction de la Terre sphérique.

1) Déterminer la composante horizontale δg_x au point O de l'attraction due à la montagne (indication : une sphère = 1/2 sphère + 1/2 sphère et on utilise la symétrie).

2) On appelle déviation de la verticale l'angle θ entre g_0 et g. Calculer θ au premier ordre en fonction de g_0 et δg. En déduire θ en fonction de la densité moyenne de la Terre $\bar{\rho}$, de ρ_c, h et R.

3) On mesure $\theta = 5.10^{-5}$ radians. Quel peut-être le principe d'une telle mesure ? Que pensez-vous du résultat obtenu ?

III. Limite de Roche

Un satellite sphérique de masse m de rayon r tourne autour de sa planète à une distance d **constante (mouvement circulaire)**. La planète est sphérique de masse M de rayon R (cf. fig. 3).

1) Quelle est la vitesse angulaire Ω de révolution **du satellite** en fonction de G, M et d ? On suppose que la vitesse de **rotation** est identique à Ω ; pourquoi fait-on une telle hypothèse ?

2) Faire le bilan des forces subies par les points O et P ; quelle est l'accélération de marée subie par le satellite au point P ? On suppose $r << d$. Quelle est l'accélération, dans le repère en translation avec le satellite, subie par ce point ? On ne tient pas compte de la pression.

3) En déduire qu'il y a un distance limite d_l (appelée limite de Roche) en dessous de laquelle le satellite (très peu résistant aux contraintes) se brise. Montrer que :

$$d_l = \left(3\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{\frac{1}{3}} R \tag{1}$$

où ρ_M et ρ_m sont les densités de la planète et du satellite. En 1850 un français nommé Roche a trouvé environ 2,46 comme coefficient au lieu du $3^{\frac{1}{3}} \simeq 1,44$. Quels phénomènes ou forces a-t-on négligés ?

4) Mimas, le satellite de Saturne de densité 1,44 est situé à une distance de 3,08 fois le rayon de cette planète. Les anneaux de glace de Saturne sont à une distance comprise entre 1,15 et

2,25 fois le rayon de la planète. La densité de Saturne est de 0,7. Est-ce que la théorie développée vous satisfait ?

IV. Sismogrammes

La figure 4 représente les trois composantes d'un enregistrement d'un séisme réalisé par un sismographe placé en Californie. On pourra s'aider de la figure 5.

1) En le discutant succinctement indiquer sur la figure les ondes que vous identifiez.

2) Quelle est la distance épicentrale du séisme ?

3) Commenter en quelques lignes ces sismogrammes. On pourra dire par exemple comment on peut estimer les directions d'incidence des rais.

Bon courage et n'oubliez pas de rendre la figure 4 !

Texte d'examen et corrigé disponibles à :

`http ://frederic.chambat.free.fr`

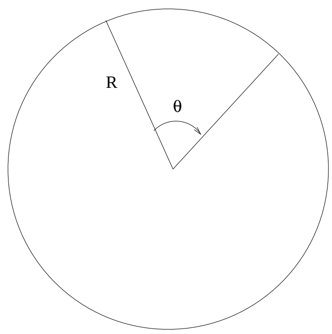

FIG. 1 – *Distance épicentrale.*

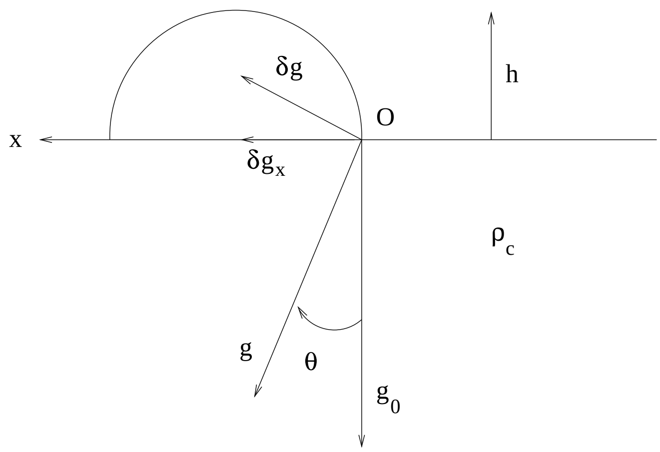

FIG. 2 – *Déviation de la verticale.*

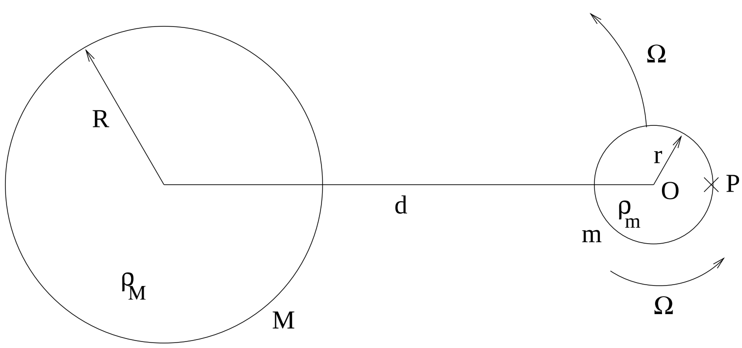

FIG. 3 – *Planète et satellite.*

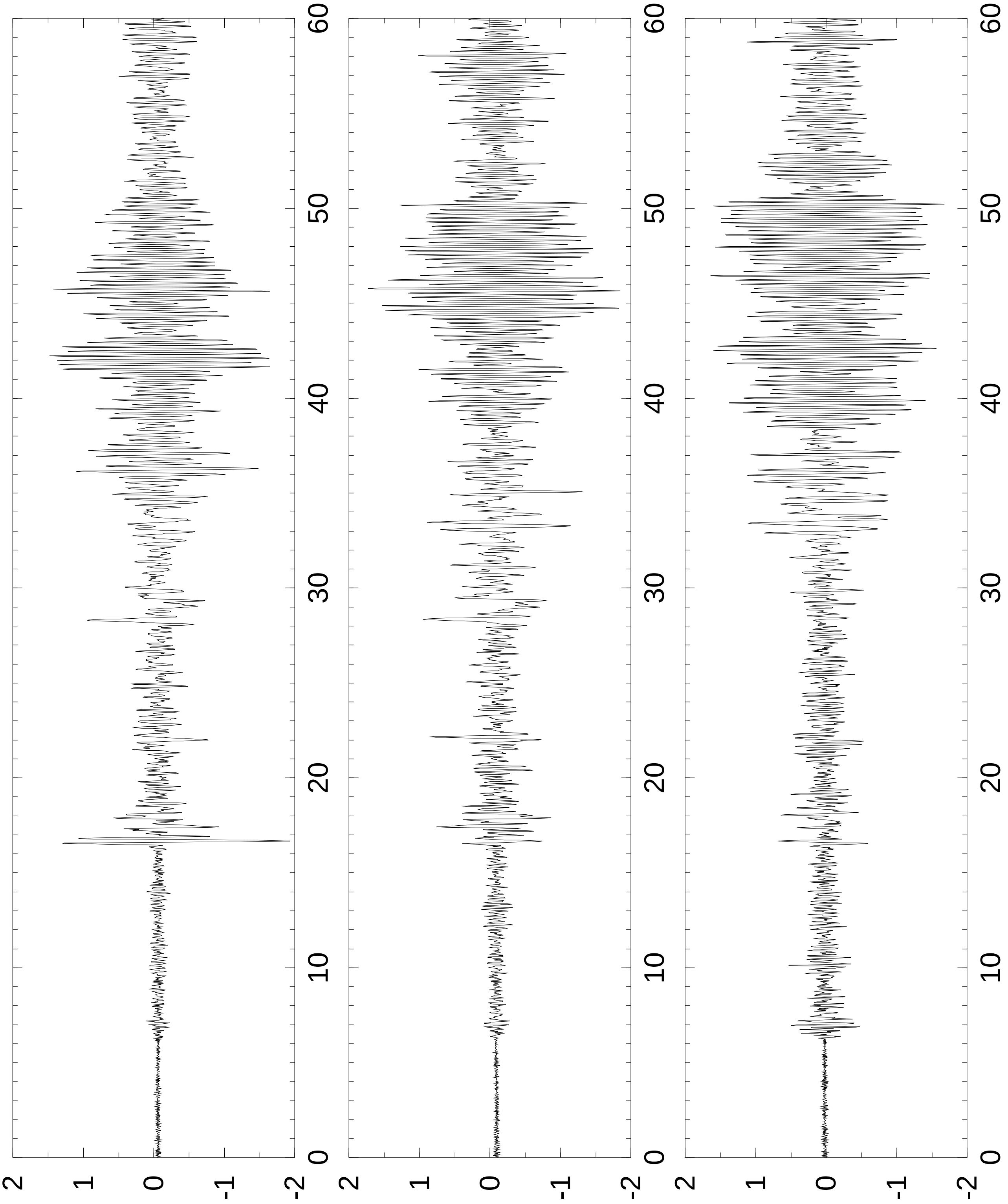

FIG. 4 – *Sismogrammes : déplacement en fonction du temps en minutes.* **Composantes Nord, Est et Verticale (de haut en bas).**

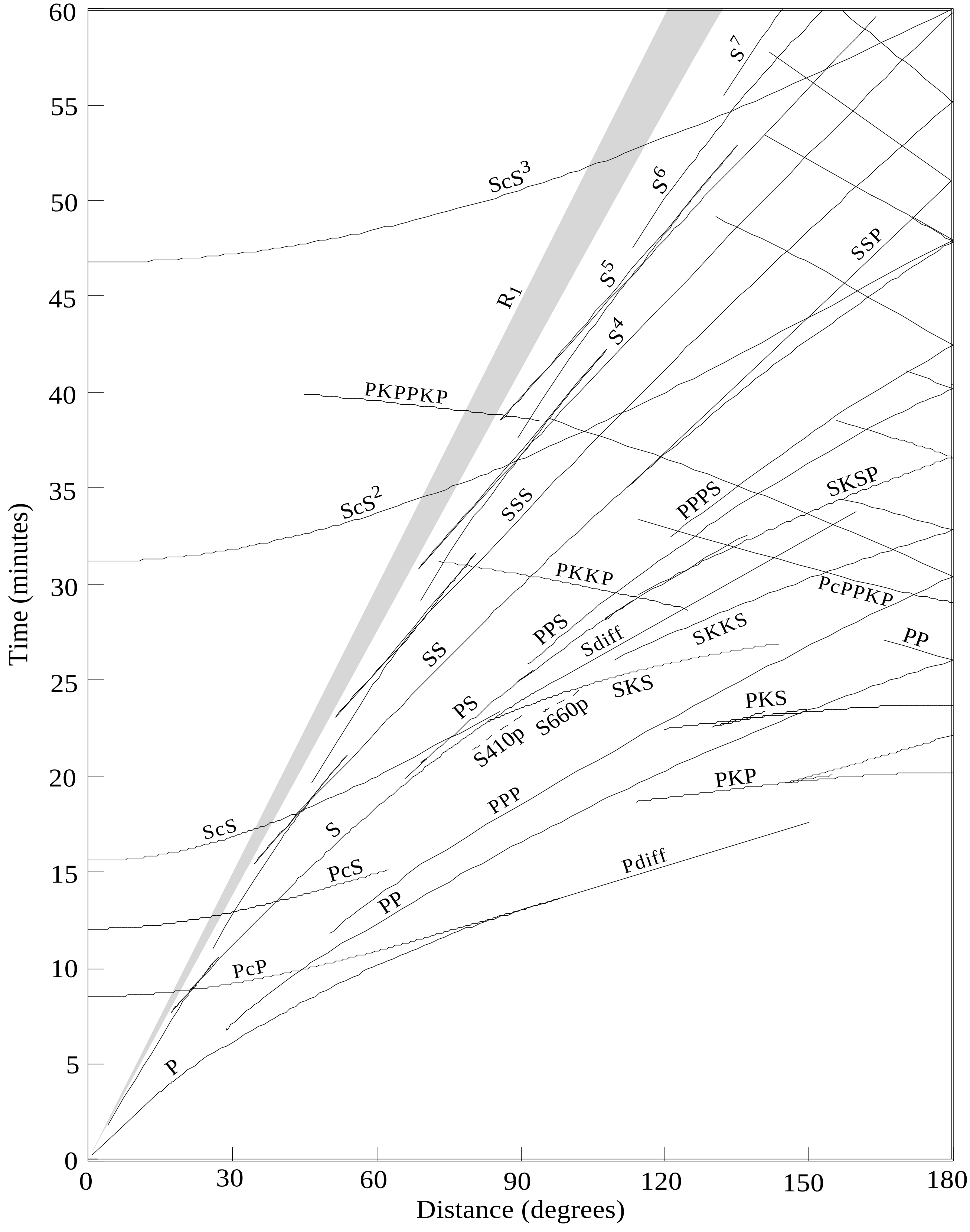

FIG. 5 – *Hodochrones : temps (minutes) - distance (degrés)* .