

Problèmes de logique combinatoire

Exercice 1

Serrure d'un coffre

Quatre responsables d'une société (A, B, C et D) peuvent avoir accès à un coffre. Ils possèdent chacun une clé différente (a, b, c et d) et il a été convenu que :

A ne peut ouvrir le coffre que si au moins un des responsables B ou C est présent ;

B, C et D ne peuvent l'ouvrir que si au moins deux des autres responsables sont présents.

Donner l'équation logique de la serrure de coffre S.

Exercice 2

Amplification sonore

Les trois haut-parleurs d'une salle de cinéma (a, b et c) peuvent être branchés sur un amplificateur qui possède deux sorties : la première d'impédance 4Ω (S4) et la deuxième d'impédance 8Ω (S8).

Lorsqu'un seul haut-parleur est utilisé, il doit être relié à la sortie de 8Ω .

Lorsque deux haut-parleurs sont utilisés, ils doivent être reliés tous les deux à la sortie de 4Ω (ils sont alors montés en parallèle).

Le fonctionnement simultané des trois haut-parleurs est interdit.

Déterminer les équations logiques des sorties S4 et S8 en fonction de a, b et c.

Exercice 3

Circuit de vote

Quatre délégués syndicaux représentent respectivement le nombre de voix suivants :

$$a = 100 \text{ voix, } b = 150 \text{ voix, } c = 250 \text{ voix, } d = 175 \text{ voix.}$$

Pour être acceptée lors des réunions, une proposition doit recueillir au moins 50 % des voix représentées.

Donner l'équation logique d'un circuit S à 4 entrées a, b, c et d dont la valeur logique soit 1 lorsqu'une proposition est acceptée et 0 lorsqu'elle est refusée.

Exercice 4

Eclairage d'une cage d'escalier

Les trois paliers d'une cage d'escalier à trois étages doivent pouvoir être allumés ou éteints simultanément à partir de trois interrupteurs a1, a2 et a3, situés respectivement à chaque palier. La manœuvre de l'un quelconque de ces interrupteurs doit entraîner le changement de l'état des trois lampes (montées en parallèle).

Déterminer l'équation logique de commande des lampes L en fonction de a1, a2 et a3. Pour cela, dresser la table de vérité de la fonction L de la façon suivante (une seule entrée à la fois change d'état).

Exercice 5

Détecteur de coïncidence

On veut comparer un ensemble de trois valeurs binaires a, b, c (considérées dans cet ordre) à un autre ensemble de trois valeurs binaires x, y, z (également considérées dans cet ordre) pour en détecter la coïncidence.

Déterminer la fonction logique F satisfaisant la condition suivante :

$$F = 1 \text{ si } a = x \text{ et } b = y \text{ et } c = z$$

Exercice 6

Démarrage de deux moteurs

Trois interrupteurs $I_1, I_2,$ et I_3 commandent le démarrage de deux moteurs M_1 et M_2 selon les conditions suivantes :

- le moteur M_1 ne doit démarrer que si au moins deux interrupteurs sont fermés ($I_i = 1$),
- dès qu'un ou plusieurs interrupteurs sont activés, le moteur M_2 doit démarrer.

Donner les équations logiques de M_1 et M_2 .

Exercice 7

Distributeur de boissons chaudes

Un distributeur de boissons chaudes permet de distribuer du café ou du thé, avec ou sans lait, ou du lait seul.

Trois boutons permettent de commander le distributeur : « café », « thé », « lait ». Pour obtenir l'une de ces boissons seule, il suffit d'appuyer sur le bouton correspondant. Pour obtenir une boisson avec lait, il faut appuyer en même temps sur le bouton correspondant à la boisson choisie et sur le bouton « lait ».

De plus, le distributeur ne fonctionne que si un jeton a préalablement été introduit dans la fente de l'appareil. Une fausse manœuvre après introduction du jeton (par exemple, appui simultané sur « café » et « thé ») provoque la restitution du jeton. Le lait étant gratuit, le jeton est également restitué si du lait seul est choisi.

Calculer et simplifier les fonctions de restitution du jeton, J , de distribution du café, C , du thé T , et du lait, L . On notera que la fonction de restitution du jeton peut indifféremment être active ou non lorsque aucun jeton n'est introduit dans l'appareil.

Exercice 8

Contrôle de qualité

Un contrôle de qualité est effectué sur des briques dans une usine. Chaque brique possède quatre critères de qualités : son poids P , son épaisseur E , sa longueur L et sa largeur W .

Ces quatre grandeurs sont mesurées sur chaque brique. Elles sont classées en trois catégories :

- Qualité A : Le poids P et deux dimensions au moins sont correctes.

- Qualité B : Le poids seul est incorrect ou, le poids étant correct, deux dimensions au moins sont incorrectes.
- Qualité C : (ou Refus R) : Le poids P est incorrect ainsi qu'une ou plusieurs dimensions.

Ecrire les équations Simplifiées des fonctions A, B, C.

N.B. : Un zéro voudra dire que la variable ou la fonction est incorrecte ; un 1 voudra dire que la variable ou la fonction est correcte.