



Cours de mathématiques financières (S2 - SEG)

Pr. Khadija FATIMI

2020/2021

Objectifs généraux du cours

Les mathématiques financières ou mathématiques appliquées à la finance sont l'ensemble des techniques mathématiques permettant de comprendre et de quantifier les phénomènes liés aux opérations financières tel que l'investissement , le placement et l'emprunt .

Le but de ce cours est de présenter les calculs mathématiques les plus utilisées dans les pratiques financières courantes notamment le calcul des banquiers lors d'un recours à un emprunt ou à un placement de l'argent.

Plan

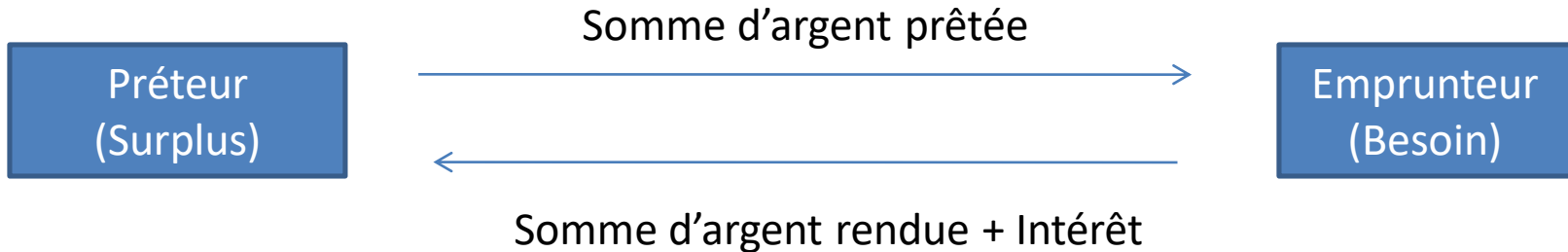
- **Introduction : Généralités**
- **Chap. I: Les intérêts simples**
- **Chap. II: Escompte commercial à intérêt simple**
- **Chap. III: Les intérêts composés**
- **Chap. IV: Les annuités**
- **Chap. V: Les emprunts**

INTRODUCTION GENERALE:

Généralités

L'INTERET

L'intérêt peut être défini comme la rémunération d'un prêt d'argent. C'est le prix à payer par l'emprunteur au prêteur, pour rémunérer le service rendu par la mise à disposition d'une somme d'argent pendant une période de temps.



C'est le loyer de la somme prêtée. Il s'agit d'une dépense pour l'emprunteur et d'un revenu pour le prêteur

L'habitude est d'exprimer le taux d'intérêt en pourcentage (%) pour la période (an, semestre, trimestre, etc.) considérée.

L'INTERET(2)

On prête C unités monétaires (dirhams, euros, dollars,...) pour une durée déterminée 'd'.

Au bout de la durée fixée, l'emprunteur rembourse au prêteur une somme S .

L'intérêt I est la différence entre S et C :

$$I = S - C$$

L'INTERET(3)

Exemple :

Une personne X dispose de 100 dhs pour acheter un article qui coûte 100 dhs. Afin d'aider son ami Y, X a prêté les 100 dhs à Y pendant une période déterminée et il a retardé l'achat de l'article jusqu'au jour du remboursement.

Le jour du remboursement, le prix de l'article a augmenté de 20 dhs.

Si Y rembourse 100 dhs, X doit ajouter 20 dhs pour acheter l'article, dans ce cas, X qui a rendu service à Y, sera perdant.

Pour que X ne soit ni gagnant ni perdant, les 20 dhs doivent être supportés par Y qui doit donc rembourser 120 dhs.

100 dhs qui correspond à la somme prêtée et 20 dhs qui permet de compenser la perte du pouvoir d'achat du prêteur.

Le service rendu par X à Y suppose donc une rémunération en bénéfice de X dite **INTERET.**

L'INTERET(4)

Plusieurs raisons ont été avancées pour justifier l'existence et l'utilisation de l'intérêt, parmi lesquelles on peut citer :

- La privation de consommation: Lorsqu'une personne (le prêteur) prête une somme d'argent à une autre (l'emprunteur), elle se prive d'une consommation immédiate. Il est ainsi normal qu'elle reçoive en contrepartie une rémunération de la part de l'emprunteur pour se dédommager de cette privation provisoire.
- La prise en compte du risque: Une personne qui prête de l'argent, le fait pour une durée étalée dans le temps. Elle court, dès lors, un risque inhérent au futur. La réalisation de ce risque résulte au moins des éléments suivants :
 - ✓ l'insolvabilité de l'emprunteur : dans le cas où l'emprunteur se trouve incapable de rembourser sa dette, lorsque celle-ci vient à échéance, le prêteur risque de perdre l'argent qu'il a déjà prêté.
 - ✓ l'inflation : entre la date de prêt et la date de remboursement, la valeur du prêt peut diminuer à la suite d'une érosion monétaire connue également sous le nom d'inflation. Le prêteur peut donc exiger une rémunération pour compenser cet effet.
- La loi de l'offre et de la demande : Lorsque l'offre de capitaux est élevée alors que la demande est faible, le taux d'intérêt tendra à baisser. Il aura tendance à augmenter dans le cas inverse.

LE TAUX D'INTERET

Pour pouvoir effectuer des comparaisons, il est courant que l'intérêt s'exprime par une valeur de base appelée taux d'intérêt.

Le taux d'intérêt, noté t , est l'intérêt rapporté par une unité monétaire placé pendant une unité de temps (période n).

Notons I l'intérêt rapporté par un capital C placé pendant une période n .

$$\text{Ainsi : } I = C \times t \times n$$

LE TAUX D'INTERET (2)

Pour la suite du raisonnement, on utilisera les symboles mathématiques suivants :

C : Le montant du capital à l'instant t

I : Le montant d'intérêt

t : Le taux d'intérêt

n : La période de placement

LE TAUX D'INTERET (3)

Exemple 1:

Imaginons que vous placiez à la banque pendant un an 15 000 dhs à un taux d'intérêt fixé à 0,5 %.

$$I = C \times t \times n = 15\ 000 \times (0,5/100) \times 1 = 75$$

Vous aurez en effet gagné 75 dhs d'intérêt.

Au terme de l'année écoulée, votre capital sera de $15\ 000 + 75 = 15\ 075$ dhs

Exemple 2

Imaginons maintenant que vous souscriviez un crédit à la consommation et empruntiez 3 500 dhs sur une durée d'un an, au taux de 1,2 %.

$$I = C \times t \times n = 3\ 500 \times (1,2/100) \times 1 = 42$$

Le coût du crédit sera de 42 dhs .

Au terme de l'année écoulée, vous devrez rembourser $3\ 500 + 42 = 3\ 542$ dhs à l'organisme prêteur.

LE TAUX D'INTERET (4)

Le taux d'intérêt annuel est celui produit par un capital placé pendant un an .

On doit distinguer entre :

- Un intérêt simple, généralement utilisé pour les placements à CT (<1 an) et,
- Un intérêt composé, généralement utilisé pour les placements à LT (>1 an)

Les deux se calculent sur les mêmes bases, à savoir le montant du capital, la durée et le taux d'intérêt mais la méthode de calcul est différente pour les deux types d'intérêt.

VALEUR NOMINAL ET VALEUR ACQUISE

-La valeur nominal :

La valeur nominale d'un capital est celle retenue à une date déterminée choisie comme origine des temps.

Cette valeur doit obligatoirement être associée à une date d'origine t_0 .

-La valeur acquise :

La valeur acquise par un capital est la valeur nominale augmentée des intérêts acquis pendant le temps couru au-delà de la date choisie comme origine des temps.



X= valeur nominale

Y = valeur acquise = X + intérêt