

Cours de mathématiques financières

2023/2024

Objectifs généraux du cours

Maîtriser les différentes techniques mathématiques permettant de :

Traiter des phénomènes régissant les marchés financiers, tel que les calculs relatifs aux:

- taux d'intérêt
- annuités
- emprunts

Les supports pédagogiques:

- ☒ Présentation power point;
- ☒ Exercices;

Introduction générale

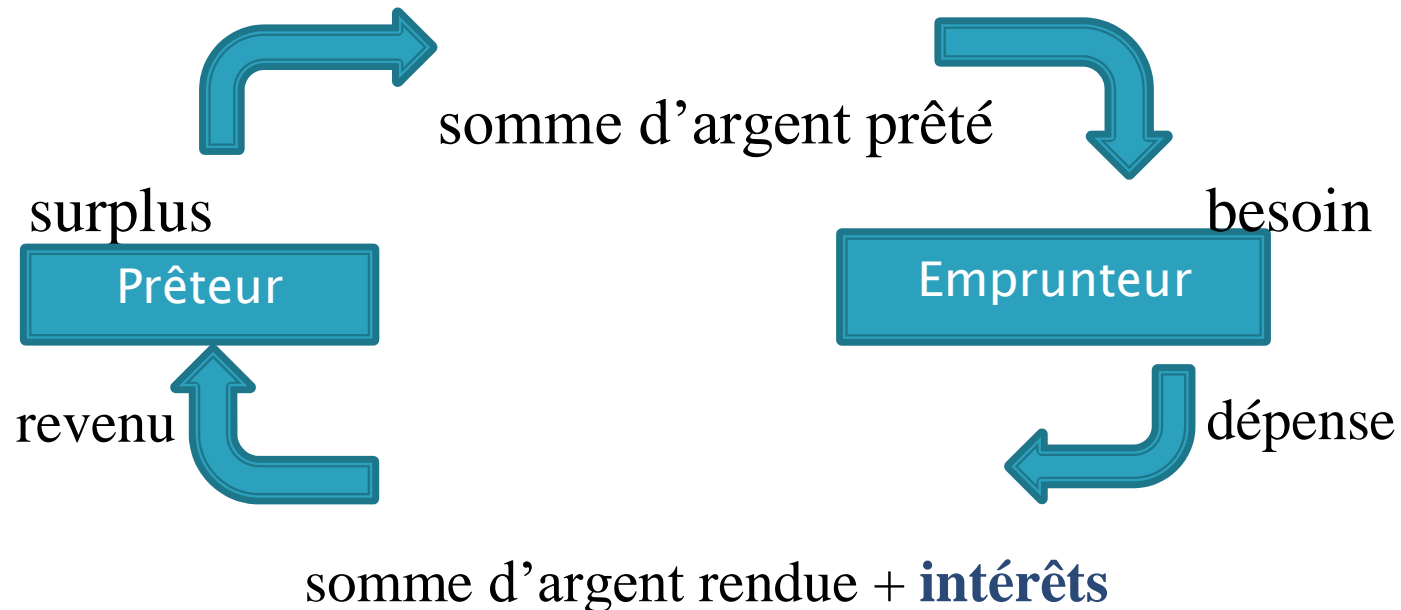
- ⊠ Les mathématiques financières ou mathématiques appliquées à la finance sont indispensables à la compréhension du calcul des banquiers lors d'un recours à:
 - ▮ un emprunt ou
 - ▮ à un placement de l'argent.
- ⊠ Le but de ce cours est de présenter les calculs mathématiques les plus liés aux pratiques financières courantes.

Mathématiques financières

Généralités

L'intérêt:

L'intérêt est le prix payé par l'emprunteur au prêteur pour utiliser un capital pendant une durée donnée.



C'est le loyer de la somme prêtée. Il s'agit d'une dépense pour l'emprunteur et d'un revenu pour le prêteur

L'intérêt:

On prête C unités monétaires (dirhams, euros, dollars,...) pour une durée déterminée 'd'.

Au bout de la durée fixée, l'emprunteur rembourse au prêteur une somme S .

L'intérêt I est la différence entre S et C :

$$I = S - C$$

Variation de l'intérêt:

L'intérêt est variable selon :

- ⊠ La loi de l'offre et de la demande,
- ⊠ Du montant du prêt, de la durée et du taux d'intérêt,
- ⊠ Du degré de confiance que les prêteurs accordent aux emprunteurs.

L'habitude est d'exprimer le taux d'intérêt en pourcentage (%) pour la période (an, semestre, trimestre, etc.) considérée.

A savoir:

$t\%$ d'un nombre s'obtient en multipliant ce nombre par : $t / 100$.

Le taux d'intérêt:

Pour pouvoir effectuer des comparaisons, il est courant que l'intérêt s'exprime par une valeur de base appelée taux d'intérêt.

Le taux d'intérêt, noté i , est l'intérêt rapporté par une unité monétaire placé pendant une unité de temps (période).

Notons I l'intérêt rapporté par un capital C placé pendant une période.

$$\text{Ainsi : } \mathbf{I = C \times i}$$

Le taux d'intérêt:

Le taux d'intérêt annuel est celui produit par un capital placé pendant un an : (exemple : après avoir placé 100 dh pendant un an, on récupère 113 dh, alors le taux d'intérêt ou le taux de placement annuel est 0,13 ou 13%).

On doit distinguer entre :

- ⊠ Un intérêt simple, généralement utilisé pour les placements à CT (<1 an) et,
- ⊠ Un intérêt composé, généralement utilisé pour les placements à LT (>1 an)

Les deux se calculent sur les mêmes bases, à savoir le montant du capital, la durée et le taux d'intérêt mais la méthode de calcul est différente pour les deux types d'intérêt.

Le taux d'intérêt:

Pour la suite du raisonnement, on utilisera les symboles mathématiques suivants :

C_t : le montant du capital à l'instant t

I : le montant d'intérêt

i : le taux d'intérêt

n : le nombre de période de placement

La valeur nominale

La valeur nominale d'un capital est celle retenue à une date déterminée choisie comme origine des temps.

Cette valeur doit obligatoirement être associé à une date d'origine t_0 .

La valeur acquise

La valeur acquise par un capital est la valeur nominale augmentée des intérêts acquis pendant le temps couru au-delà de la date choisie comme origine des temps.



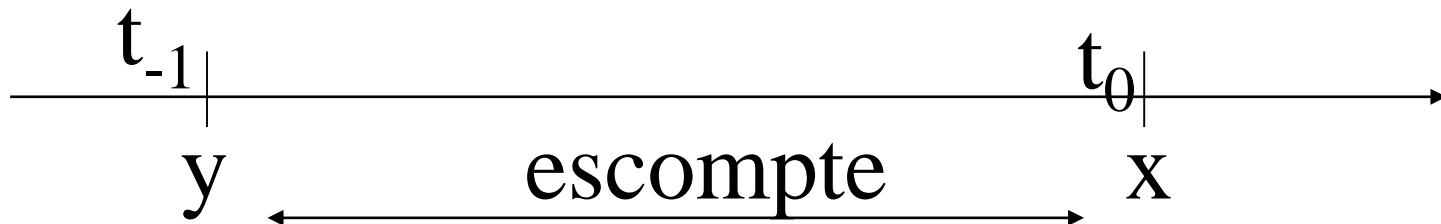
X = valeur nominale

Y = valeur acquise

$Y = x + \text{intérêt}$

La valeur actuelle

La valeur actuelle d'un capital, au contraire, se détermine avant sa date d'échéance. L'intérêt qu'il convient de retrancher de la valeur nominale prend le nom d'escompte.



Types d'intérêt

Trois facteurs essentiels déterminent le coût de l'intérêt :

- la somme prêtée
- la durée du prêt
- le taux auquel cette somme est prêtée.

Dans ce qui suit, nous aborderons deux types d'intérêt :

- Intérêts simples
- Intérêts composés.

Chap. I: Les intérêts simples

**Chap. II: Escompte
commercial à intérêt simple**

Chap. III: Les intérêts composés

Chap. IV: Les annuités

Chap. V: Les emprunts