ROBOVOLC : un robot mobile pour l'exploration volcanique

1 Étude du bras manipulateur

Le package scientifique équipant ROBOVOLC est formé d'un bras manipulateur et d'une pince servant d'effecteur pour collecter des échantillons rocheux et poser/prendre des instruments sur le sol. Ces organes sont pilotés par des moteurs à courant continu contrôlés par des modules électroniques. Le système est en outre constitué d'un système d'échantillonnage des gaz (avec sonde) qui ne sera pas étudié ici.

Objectif L'objectif de cette partie est de valider les performances de déplacement multidirectionnel du bras manipulateur et de vérifier leur compatibilité avec le critère suivant du cahier des charges.

Critère	**Valeur**
Masse maximale des objets à saisir	2,5 kg

1.1 Modélisation cinématique

Dans cette sous-partie, on établit le lien entre la cinématique des liaisons et la cinématique de la pince située au bout du bras.

Le bras manipulateur est de type SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) ; c'est un système mécanique poly-articulé avec trois axes parallèles et une architecture en série (Figure 1). Il présente plusieurs avantages, notamment sa précision, sa rapidité, et sa très grande rigidité verticale. L'ensemble est constitué de trois pièces assimilées à des solides indéformables :

- le bras 1, de masse m_1, auquel on associe un repère $\left(O_1;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$;
- le bras 2, de masse m_2, auquel on associe un repère $\left(O_2;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$;
- la tige 3 au bout de laquelle se situe la pince et éventuellement l'objet saisi. La masse m_3 de ce sous-ensemble est supposée ponctuelle au point P correspondant à la position de la pince.

Dans cette étude, le châssis de ROBOVOLC constitue le bâti 0 auquel on associe un repère (fixe) $\left(O_0;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$. On suppose par la suite que le sol est plan et horizontal ; la direction $\overrightarrow{z_0}=\overrightarrow{z_1}=\overrightarrow{z_2}$ correspond donc à la verticale. On suppose également que le référentiel lié au bâti est galiléen.

Le positionnement horizontal de la pince dans le plan $\left(O_0,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0}\right)$ est obtenu par deux rotations indépendantes :

- celle du bras 1 en liaison pivot d'axe $\left(O_1,\overrightarrow{z_0}\right)$ par rapport au bâti 0, on note $\theta_1=\angle x_0 x_1$ l'angle correspondant ;
- celle du bras 2 en liaison pivot d'axe $\left(O_2,\overrightarrow{z_0}\right)$ par rapport au bras 1, on note $\theta_2=\angle x_1 x_2$ l'angle correspondant.

Le positionnement vertical de la pince est quant à lui obtenu par une liaison glissière de direction $\overrightarrow{z_0}$ entre la tige 3 et le bras 2. Toutes les liaisons sont supposées parfaites. On note : $\overrightarrow{O_0O_1}=d_1\overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{O_1O_2}=l_1\overrightarrow{x_1}+d_2\mathbb{Z}_0$, $\overrightarrow{O_2P}=l_2\overrightarrow{x_2}-\lambda_3\overrightarrow{z_0}$.

Les 3 degrés de liberté du bras sont donc θ_1, θ_2 et λ_3. Le débattement permis pour les deux iaisons pivot est ±150° (limitation par des butées). Un schéma cinématique du système est proposé sur la Figure 1. On donne de plus : $d_1=500\,\text{mm}$, $d_2=30\,\text{mm}$, $l_1=500\,\text{mm}$, $l_2=500\,\text{mm}$, $m_1=2\,\text{kg}$, $m_2=2\,\text{kg}$, $m_3=6\,\text{kg}$ (incluant un objet saisi de masse 2,5 kg).

Dans un modèle cinématique direct, les données d'entrée sont les valeurs des angles de rotation θ_1 et θ_2 (appelés variables articulaires) et de la position verticale λ_3 de la pince. On cherche alors la configuration du système à partir de ces variables.

Question 1 *En représentant sur le document réponse DR3 figure 3 la base du cylindre, montrer que le volume accessible par le point P (enveloppe de travail) est un cylindre à base non-circulaire.*

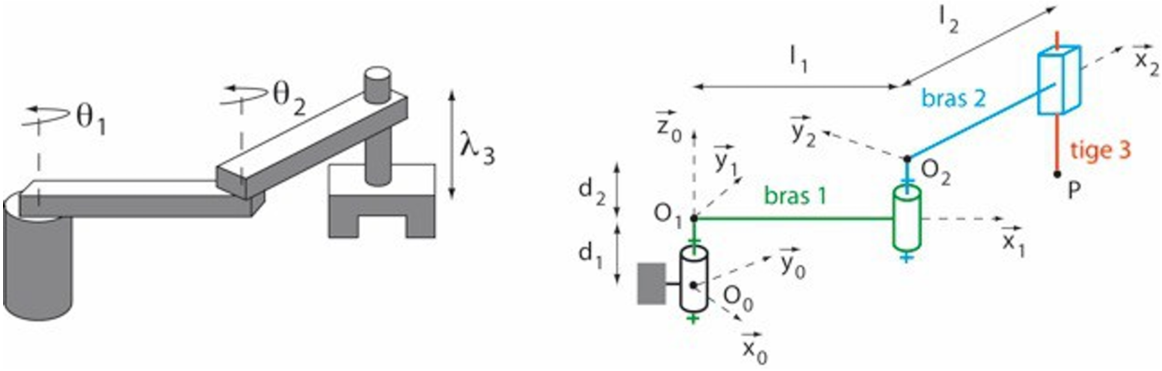


FIGURE 1 – Schématisation et paramétrage du système SCARA

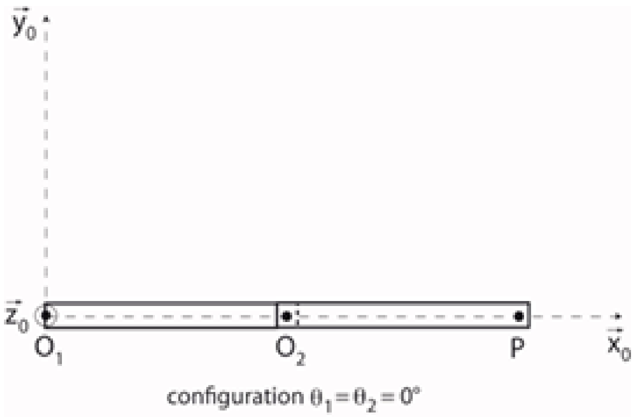


FIGURE 2 – DR 3

Question 2 *Donner l'expression des coordonnées* (x_P, y_P, z_P) *et de la vitesse* $\overrightarrow{V(P, 3/0)}$ *du point* P *dans le repère fixe* $(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ *en fonction des variables* θ_1, θ_2, λ_3 *et des dimensions constantes du problème.*

Question 3 *Montrer que la vitesse maximale* V_{max} *(en norme) que peut atteindre le point* P *dans le plan* $(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ *est obtenue pour* $\theta_2 = 0°$*. Exprimer* V_{max} *en fonction de la vitesse de rotation maximale* ω_{max} *des moteurs et des dimensions constantes.*

Dans un modèle cinématique inverse, les données d'entrée sont la position (x_P, y_P, z_P) et la vitesse (V_P^x, V_P^y, V_P^z) de la pince située en P dans le repère fixe $(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$. On cherche alors les lois à appliquer au niveau des liaisons (variables θ_1, θ_2, λ_3) pour obtenir ces données.

Question 4 *Donner l'expression de* λ_3 *et* $\dot{\lambda}_3$ *en fonction de* z_P *,* V_P^z *et des dimensions constantes.*

Question 5 *Pour une même position* (x_P, y_P, z_P) *du point* P *, montrer schématiquement qu'il y a deux configurations possibles des angles* θ_1 *et* θ_1*. Par un raisonnement graphique, donner sur le document DR4 figure la configuration complémentaire de celle dessinée correspondant à* $\theta_1 = 90°$ *et* $\theta_2 = -60°$.

Question 6 *Montrer que quelle que soit la configuration, la valeur de l'angle* θ_2 *est entièrement déterminée par* $x_P^2 + y_P^2$ *et donner l'expression de* θ_2 *en fonction de* $x_P^2 + y_P^2$ *et des dimensions constantes.*

1.2 Modélisaton dynamique

Dans cette sous-partie, on construit un modèle dynamique du bras manipulateur.

On suppose que chaque bras i peut être modélisé géométriquement par un parallélépipède rectangle de génératrice $\overrightarrow{x_i}$ et à base carrée dans les directions $\overrightarrow{y_i}$ et $\overrightarrow{z_i}$ (Figure 1). On suppose de plus que le bras est homogène; son

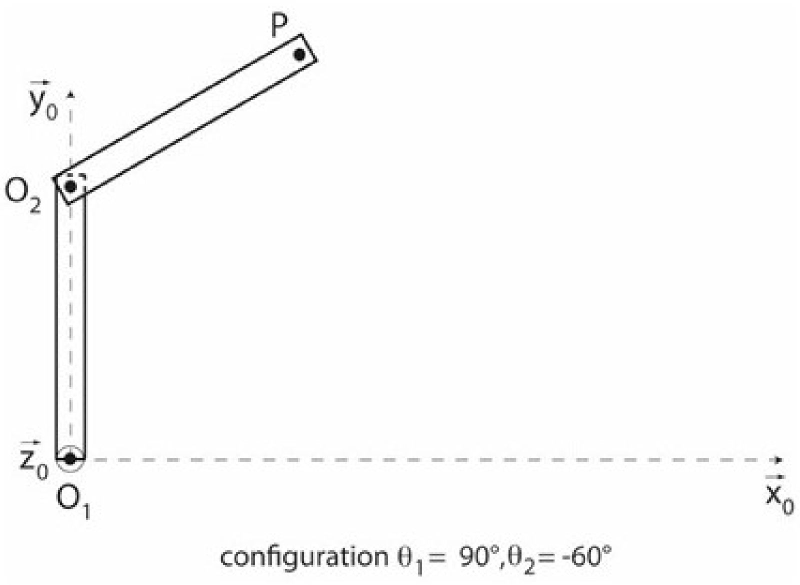


FIGURE 3 – DR 4

centre de gravité G_i correspond donc au centre géométrique avec $\overrightarrow{O_iG_i}\dfrac{l_i}{2}\overrightarrow{x_i}$.

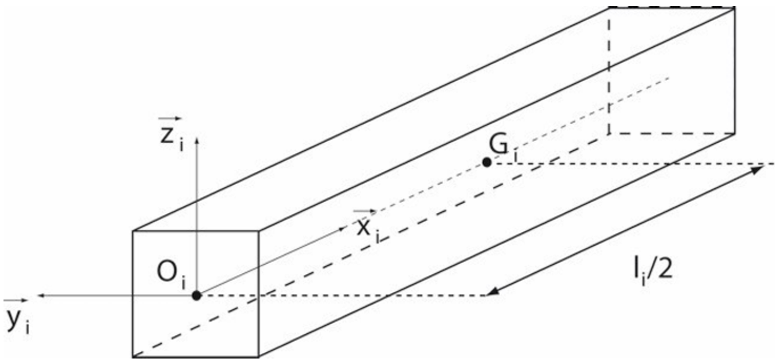


FIGURE 4 – Modèle géométrique d'un bras

On donne l'écriture générale de la matrice d'inertie du bras i au point G_i : $I_i(G_i) = \begin{pmatrix} A_i & F_i & E_i \\ F_i & B_i & D_i \\ E_i & D_i & C_i \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_i},\overrightarrow{y_i},\overrightarrow{z_i})}$.

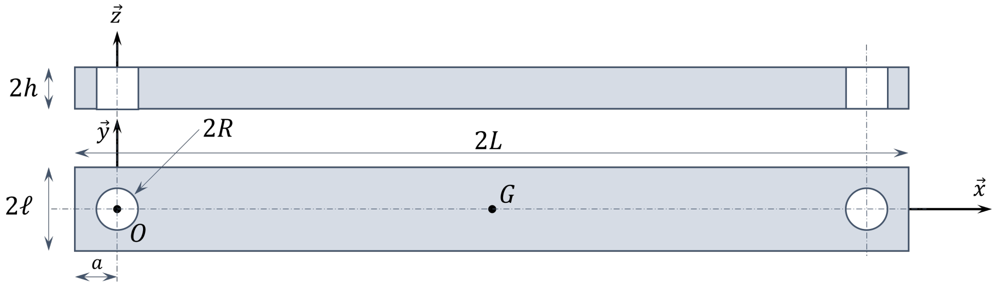
Question 7 *A partir de l'expression générale précédente, préciser et justifier la forme simplifiée de la matrice d'inertie $I_i(G_i)$ du bras i prenant en compte sa modélisation géométrique.*

Question 8 *Déterminer l'hyperstatisme du modèle du système (Figure 20). Conclure sur la possibilité d'obtenir les différentes actions de liaison (leur calcul n'est pas demandé).*

Question 9 *Calculer les vitesses $\overrightarrow{V(G_i, i/0)}$ et accélérations $\overrightarrow{\Gamma(G_i, i/0)}$ des points G_1 et G_2 dans leur mouvement par rapport au bâti 0, ainsi que $\overrightarrow{V(P, i/0)}$ et $\overrightarrow{\Gamma(P, i/0)}$, en fonction des paramètres variables (θ_1, θ_2, λ_3) et des dimensions constantes.*

2 Matrice d'inertie

Question 10 *Déterminer le moment d'inertie de la barre en G et en O en fonction des données géométriques.*


$\vec{z}$
$2h$
$\vec{y}$
$2R$
$2L$
2ℓ
G
$\vec{x}$
O
a