MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ALPHABÉTISATION ET DES LANGUES NATIONALES

RÉPUBLIQUE DU MALI

Un Peuple – Un But – Une Foi

PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES EN VIGUEUR DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE GÉNÉRAL TECHNIQUE ET PROFESSIONNEL

CLASSES 10ème TOUTES SÉRIES

PROGRAMME DE 10ème SCIENCES :

(7 heures par semaine)

A/ Trigonométrie :

Définition des rapports trigonométriques à partir du triangle rectangle.

Commentaires :*Il s'agit de préparer l'élève à suivre l'enseignement de la physique. On reprendra les résultats suivants, vus à l'école fondamentale :*

- *Etant donné un triangle ABC rectangle en A :*
- $\cos\hat{B}=\frac{AB}{BC}$, $\sin\hat{B}=\frac{AC}{BC}$, $\tan\hat{B}=\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}=\frac{AC}{AB}$.
- *Pour un angle x :* $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- *Usage des tables trigonométriques.*
- *Changement d'unités : degré, radian, grade.*

Présentation à l'aide de symétries des rapports trigonométriques des angles de mesure comprise entre 0° et 180°.

Commentaires **:**

Le but de ce chapitre est de fournir à l'élève un outil pour appréhender la notion de produit scalaire.

B/ Éléments de raisonnement logique :

Les éléments de raisonnement logique ne font pas l'objet d'un cours mais seront introduits et réinvestis toutes les fois que le besoin se fera sentir.

Commentaires *:*

Un cours de logique est exclu du programme. Tout au long de l'année, chaque fois que cela peut faciliter la compréhension, il est bon d'initier les élèves à utiliser:

- *Les connecteurs « et » ; « ou » ; « négation ».*
- Les quantificateurs « quel que soit » ; « il existe ».

En fin d'année scolaire les élèves doivent avoir une idée claire des notions suivantes :

- notion d'exemple - notion de contre- exemple (utilisation de contre– exemple)

- notion de vérification.

- notion de déduction (si……alors) ;(hypothèse), (conclusion) ; (Condition nécessaire), (condition suffisante) .

- notion de conjecture. -notion d'équivalence.

Les démonstrations doivent être soigneusement rédigées.

C/ <u>Algèbre et introduction à l'analyse</u>.

I - Calcul dans ℝ :

Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier les décimaux et les rationnels.

Intervalles de ℝ; valeur absolue et distance sur la droite numérique :

résolution graphique de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $|x - a| \leq r$ où r est un réel positif.

Majorant, minorant, maximum, minimum d'un sous-ensemble de ℝ.

Calcul approché : approximation décimale d'ordre n, arrondi d'ordre n, encadrement d'un nombre réel, ordre de grandeur d'une valeur numérique.

<u>Commentaires</u>

On effectuera une mise au point des connaissances sur les nombres réels :

- *Différentes écritures d'un nombre réel ;*

- *Savoir reconnaître si un nombre est rationnel, décimal ou entier. On s'attachera à apprendre aux élèves à organiser un calcul, un calcul approché.*

- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*

Choisir les écritures des nombres réels ou les valeurs approchées qui conviennent.

- *Présenter convenablement le résultat (savoir déceler et écarter tout résultat aberrant). Il ne s'agira pas de recherche systématique d'un majorant, d'un maximum etc.…mais plutôt d'apprendre aux élèves à reconnaître si un nombre réel est un majorant ou un minorant d'un sous-ensemble donné de IR.*

II – Fonctions numériques d'une variable réelle :

Pour toutes les notions de ce chapitre, la représentation graphique doit être un outil indispensable en tant que support intuitif.

1°) Généralités :

Coïncidence de fonctions sur un intervalle ; image directe, image réciproque d'un intervalle, majorant, minorant, minimum, maximum d'une fonction sur un intervalle, sens de variation : définition d'une fonction croissante, décroissante sur un intervalle.

Commentaires

L'étude des fonctions est considérablement développée dans ce paragraphe. L'un des objectifs est de familiariser avec diverses déterminations d'une fonction et de préparer l'introduction de l'analyse. Les élèves manipulent des notions telles que: image et image réciproque d'un intervalle, etc.. Il s'agit simplement d'une détermination graphique qui pourra, dans certains cas simples, se compléter par le calcul

Activités :

Fonction non croissante, fonction non décroissante sur un intervalle.

2°) Etude de quelques fonctions usuelles **:**

- Fonctions affines par intervalle (fonction valeur absolue, fonction partie entière etc..)

- Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto x^3$.

- Quelques composées de ces fonctions avec une fonction affine.

Commentaires :

Il est absolument hors de question d'aborder en classe de $10^{ème}$ même sous forme intuitive, les problèmes de comportement asymptotique d'une fonction. On pourra par contre faire un régionnement du plan permettant de placer les branches d'hyperboles. L'étude du sens de variation sera faite de diverses manières (selon les cas):

- *Calcul direct ;*
- *Utilisation de graphique ;*
- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*
- *Utilisation du taux de variation (celle-ci ne devait pas être systématique)*

III- Équations – Inéquations

Commentaires :

Pour les parties III et IV il s'agit de consolider et d'enrichir les acquis du cycle fondamental : fonction affine, équations et inéquations du premier degré, des factorisations ou des développements de polynômes. On utilisera chaque fois que cela est possible les trois outils : représentation graphique, résolution et calcul. On habituera les élèves à la vérification.

- Équations, inéquations du premier degré (révision).

Les équations et inéquations du premier degré seront révisées seulement à partir d'exemples

– Équations, inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$.

Pour la résolution des équations du second degré, la méthode du discriminant sera présentée comme un outil puissant, mais dont l'utilisation n'est pas toujours judicieuse (cas des racines évidentes ou factorisation immédiate)

- Équations et systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$:

Commentaires :

A l'aide d'exemples on rappellera les méthodes de résolution de systèmes d'équations linéaires dans IR^2 vues au fondamental et introduire la méthode du déterminant. On n'oubliera pas l'interprétation graphique d'un système d'équations linéaires dans IR^2. On donnera quelques exemples de systèmes avec paramètre que l'on peut résoudre avec la méthode du déterminant. Cependant lorsque le déterminant est nul, on remplacera dans le système les valeurs du paramètre qui annulent ce déterminant puis on résoudra le système ainsi formé. Dans IR^3 pas de déterminant.

- Interprétation graphique d'une inéquation ou d'un système d'inéquations dans $\mathbb{R}^2$

Activités :

- Equations et inéquations dont la résolution se ramène à une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$.

Commentaire :

Parmi les équations se ramenant à celles du premier degré on traitera des exemples du type $|x - a| = b$. *(la résolution se faisant en liaison avec la notion de distance sur une droite).*

- Quelques exemples simples d'équations irrationnelles du type : $\sqrt{ax+b} = cx+d$

- Méthode graphique pour les équations et inéquations du type : $f(x)= g(x)$,

$f(x) \leq g(x)$ où f et g sont des fonctions déterminées par un graphique.

- Exemple de mise en équation de problèmes.

- Initiation à la programmation linéaire.

Commentaire :

L'étude de problèmes pratiques peut conduire à résoudre un problème mathématique du type suivant : Trouver le maximum ou le minimum sur un sous- ensemble (E) de IR^2 *d'une fonction de* IR^2 *dans IR. Plus précisément, étant donné un système de contraintes du premier degré dans* IR^2 *:*

$$(\Sigma)\ \forall\ (x\,;y)\in\mathbb{R}^2 \quad \begin{cases} a_1x+b_1y \leq c_1 \\ a_2x+b_2y \leq c_2 \\ -------- \\ a_nx+b_ny \leq c_n \end{cases}$$

Il s'agit d'étudier si une application du premier degré de IR^2 *dans IR :*

$(x\,,y) \mapsto ax + by$ *admet un maximum (ou un minimum) sur l'ensemble des solutions de* (Σ). *De tels problèmes sont appelés de programmation linéaire. On les rencontre fréquemment dans les applications des mathématiques à l'économie*

IV – Fonctions Polynômes – Fonctions Rationnelles :

1°) Fonctions polynôme :

– Zéro d'une fonction polynôme – Méthodes de factorisation de $f(x)$

– Signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x – Différentes écritures de $f(x)$.

2°) Fonctions rationnelles :

- Ensemble de définition d'une fonction rationnelle – Zéro d'une fonction rationnelle – Différentes écritures de $f(x)$ – Signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Commentaires :

On pourra citer comme exemples de fonctions polynômes :

- *Les fonctions affines*
- *Les fonctions définies sur IR par :* $x \mapsto ax^2 + bx + c$; $x \mapsto ax^3 + bx^2 + cx + d$

On énoncera le théorème : « Soit P(x) un polynôme et α un réel, P(α)=0 signifie qu'on peut trouver un polynôme Q(x) tel que : P(x) =(x– α)Q(x) ». Pour trouver tous les zéros d'un polynôme P(x) de degré supérieur à deux connaissant un de ses zéros (en résolvant les équations du premier et du second degré), on donnera l'une des deux méthodes suivantes :

- *La méthode dite « des coefficients indéterminés ».*

Exemple : $x^3 – 3x^2 + 2 = (x – 1)(ax^2 + bx + c)$.

La division euclidienne des polynômes suivant les puissances décroissantes de x. On insistera dans tout ce paragraphe, sur le bon choix d'une écriture d'un polynôme pour résoudre un problème donné.

Exemple - Factorisation pour étudier le signe de P(x)

– Forme de Hörner ; programme de calcul des valeurs de *P(x)* pour des valeurs de la variable..

D / Géométrie :

I – Vecteurs du Plan :

- Combinaison linéaire, décomposition de vecteur. - Base : coordonnées dans une base - déterminant de deux vecteurs dans une base.

Commentaires :

Il s'agit de considérer et consolider les connaissances acquises à l'école fondamentale :

- *Notion de vecteur; relation entre points et vecteurs, une origine étant fixée*
- *L'égalité et l'addition des vecteurs – La multiplication par un scalaire.*
- *On appelle base de l'ensemble V des vecteurs du plan, tout couple de vecteurs non colinéaires de V.*

- Produit scalaire, norme, expression analytique du produit scalaire relativement à une base orthonormée

Commentaires :

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le calcul des normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est hors programme. Elle s'effectuera à l'aide des formules :

$\vec{OA}.\vec{OB} = \overline{OH} \times \overline{OB}$ *(H projeté orthogonal de A sur (OB)) et*

$\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos\theta$ *où* θ *est l'angle formé par les deux vecteurs.*

Les élèves doivent savoir : $||\vec{u} + \vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + ||\vec{v}||^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$.

Caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire le lien avec le théorème de Pythagore.

***II*- Géométrie métrique :**

-Droites de Plan muni d'un repère : rappels, représentation paramétrique.

Commentaires :

Quitte à éventuellement reprendre des notions vues à l'école fondamentale, le travail effectué durant l'année, doit permettre à l'élève d'acquérir de façon solide les connaissances suivantes :

- *Condition d'alignement de trois points, vecteur directeur d'une droite, détermination d'une droite: deux points, un point et un vecteur directeur,*
- *Equation cartésienne d'une droite, coefficient directeur;*
- *Représentation paramétrique d'une droite ;*
- *Pratique du passage d'une représentation à une autre ;*
- *Conditions de parallélisme, d'orthogonalité.*
- *L'élève doit combiner activités graphiques et numériques.*

– Barycentre de 2, 3, 4 points pondérés.

Commentaires

Excluant tout développement axiomatique, l'étude repose sur une bonne pratique du calcul vectoriel. L'élève devra savoir construire un barycentre. Si le plan est muni d'un repère, savoir calculer les coordonnées du barycentre.

- Application du produit scalaire au triangle.

Commentaires

Il ne s'agit que d'une application du produit scalaire à l'étude de quelques relations métriques simples dans un triangle, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur les formules établies.

- Equation cartésienne d'un cercle du plan muni d'un repère orthonormé.

Commentaires

L expression analytique du produit scalaire permettra de déterminer des équations de cercle. On étudiera l'intersection d'une droite et d'un cercle.

- Orientation du plan ; angles orientés.

Commentaires

L'introduction de ces notions constitue une simple prise de contact de caractère expérimental : on s'appuiera sur des observations concernant la mesure des arcs ou des angles orientés (au moyen de rapporteur) et le mouvement circulaire pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser le résultats suivants (admis) :

▪ *Un angle orienté possède une mesure principale appartenant à $]-\pi ; \pi]$, les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$.*

▪ *In versement, tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure.*

▪ *Les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles. Dans ce qui précède, l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure.*

Activités :

Ligne de niveau : On étudiera les lignes de niveau de quelques fonctions simples, telles que : $M \mapsto MA^2+MB^2$; $M \mapsto MA^2 - MB^2$; $M \mapsto \vec{K}.\vec{OM}$; $M \mapsto \frac{MA}{MB}$

III- Transformations du plan :

- Homothétie – Isométries du plan.

<u>Commentaires</u> **:**

Les élèves de 10ème ont déjà étudié des transformations (symétries axiales, symétries centrales, translations, homothéties) dans l'enseignement fondamental. Il s'agit de faire le point, de consolider et de compléter si nécessaire les connaissances acquises sur ces transformations. On évitera les exposés systématiques reprenant ces questions à leur point de départ.

A partir des transformations connues et des figures élémentaires, on dégagera la notion d'isométrie et d'ensembles isométriques. La rotation pourra être définie directement par son centre et son angle, on découvrira une rotation en composant des symétries orthogonales. On évitera de travailler systématiquement avec l'expression analytique des transformations dans un repère : l'introduction d'un repère ne sera présentée que dans des situations où cela présente un intérêt pour la résolution de la question.

L'objectif est que les élèves connaissent les propriétés essentielles des transformations du programme (en particulier l'effet sur l'alignement, la direction, le parallélisme, les barycentres, les distances, les aires) et sachent les mettre en œuvre dans des situations simples.

On présentera quelques situations où interviennent les transformations pour démontrer une propriété, construire une figure, rechercher un ensemble de points

<u>Activités :</u>

- Exemples de composées d'isométries.

- Exemples de composées d'une isométrie et d'une homothétie.

- Les figures semblables.

L'étude des composées de transformations ne doit pas être exhaustive. On s'occupera plus particulièrement des composées de symétries orthogonales par rapport à une droite. Une activité possible est l'étude de quelques figures semblables cependant l'étude générale des similitudes est hors programme.

IV- Géométrie dans l'espace :

- Description et représentation de l'espace physique.
- Positions relatives de droites, de droites et plans, de plans :

Commentaires :

Il s'agit de reconnaître, réaliser, manipuler des solides usuels de l'espace physique: parallélépipède, cube, tétraèdre, prisme, cylindre.

En exploitant l'analyse de ces situations spatiales on dégagera quelques propriétés fondamentales d'incidence de l'espace.

Une représentation axiomatique est exclue et on admettra les propriétés nécessaires à la conduite des activités.

Les objectifs essentiels sont :

- *Que les élèves acquièrent une bonne maîtrise des solides usuels et soient capables de les représenter par une perspective cavalière*
- *Que les élèves connaissent les propriétés de base de la géométrie de l'espace et sachent les utiliser pour raisonner dans des situations élémentaires.*

PROGRAMME DE SECONDE T.I – T G C

(6 heures par semaine)

A/ Trigonométrie :

Définition des rapports trigonométriques à partir du triangle rectangle.

Commentaires :*Il s'agit de préparer l'élève à suivre l'enseignement de la physique. On reprendra les résultats suivants, vus à l'école fondamentale :*

- *Etant donné un triangle ABC rectangle en A :*
- $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$, $\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$, $\tan \hat{B} = \dfrac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} = \dfrac{AC}{AB}$.
- *Pour un angle X :*$\cos^2 X + \sin^2 X = 1$.
- *Usage des tables trigonométriques.*
- *Changement d'unités : degré, radian, grade.*

Présentation à l'aide de symétries des rapports trigonométriques des angles de mesure comprise entre 0° et 180°.

Commentaires :

Le but de ce chapitre est de fournir à l'élève un outil pour appréhender la notion de produit scalaire .

B/ Eléments de raisonnement logique :

Les éléments de raisonnement logique ne font pas l'objet d'un cours mais seront introduits et réinvestis toutes les fois que le besoin se fera sentir.

Commentaires *:*

Un cours de logique est exclu du programme. Tout au long de l'année, chaque fois que cela peut faciliter la compréhension, il est bon d'initier les élèves à utiliser :

- *Les connecteurs « et » ; « ou » ; « négation ».*
- *Les quantificateurs « quel que soit » ; « il existe ».*

En fin d'année scolaire les élèves doivent avoir une idée claire des notions suivantes :
- notion d'exemple - notion de contre- exemple (utilisation de contre–exemple) - notion de vérification.

- notion de déduction (si……alors) ; (hypothèse); (conclusion) ; (Condition nécessaire) ; (condition suffisante).

- notion de conjecture. -notion d'équivalence.

Les démonstrations doivent être soigneusement rédigées.

C/ <u>Algèbre et introduction à l'analyse</u>.

I - Calcul dans ℝ:

Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier les décimaux et les rationnels.

Intervalles de ℝ; valeur absolue et distance sur la droite numérique : résolution graphique de l'inéquation :$x \in \mathbb{R}$, $|x - a| \leq r$ où r est un réel positif.

Majorant, minorant, maximum, minimum d'un sous-ensemble de ℝ.

Calcul approché : approximation décimale d'ordre n, arrondi d'ordre n, encadrement d'un nombre réel, ordre de grandeur d'une valeur numérique.

<u>Commentaires</u>

On effectuera une mise au point des connaissances sur les nombres réels :

- *Différentes écritures d'un nombre réel ;*
- *Savoir reconnaître si un nombre est rationnel, décimal ou entier. On s'attachera à apprendre aux élèves à organiser un calcul, un calcul approché.*
- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*
- *Choisir les écritures des nombres réels ou les valeurs approchées qui conviennent.*
- *Présenter convenablement le résultat (savoir déceler et écarter tout résultat aberrant).*

Il ne s'agira pas de recherche systématique d'un majorant, d'un maximum etc.…mais plutôt d'apprendre aux élèves à reconnaître si un nombre réel est un majorant ou un minorant d'un sous-ensemble donné de IR.

II – Fonctions numériques d'une variable réelle :

Pour toutes les notions de ce chapitre, la représentation graphique doit être un outil indispensable en tant que support intuitif.

1°) Généralités :

Coïncidence de fonctions sur un intervalle ; image directe, image réciproque d'un intervalle, majorant, minorant, minimum, maximum d'une fonction sur un intervalle, sens de variation : définition d'une fonction croissante, décroissante sur un intervalle.

L'étude des fonctions est considérablement développée dans ce paragraphe. L'un des objectifs est de familiariser avec diverses déterminations d'une fonction et de préparer l'introduction de l'analyse. Les élèves manipulent des notions telles que : image et image réciproque d'un intervalle, etc.. Il s'agit simplement d'une détermination graphique qui pourra, dans certains cas simples, se compléter par le calcul.

<u>Activités</u> : Fonction non croissante, fonction non décroissante sur un intervalle.

2°) Etude de quelques fonctions usuelles :

- Fonctions affines par intervalle (fonction valeur absolue, fonction partie entière etc)

- Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto x^3$.

- Quelques composées de ces fonctions avec une fonction affine.

<u>Commentaires</u> :

Il est absolument hors de question d'aborder en classe de $10^{ème}$ même sous forme intuitive, les problèmes de comportement asymptotique d'une fonction. On pourra par contre faire un régionnement du plan permettant de placer les branches d'hyperboles . L'étude du sens de variation sera faite de diverses manières (selon les cas):

- *Calcul direct ;*
- *Utilisation de graphique ;*
- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*
- *Utilisation du taux de variation (celle-ci ne devait pas être systématique)*

III- Équations – Inéquations

Commentaires :

Pour les parties III et IV il s'agit de consolider et d'enrichir les acquis du cycle fondamental : fonction affine, équations et inéquations du premier degré, des factorisations ou des développements de polynômes. On utilisera chaque fois que cela est possible les trois outils : représentation graphique, résolution et calcul. On habituera les élèves à la vérification.

- Équations, inéquations du premier degré (révision).

Les équations et inéquations du premier degré seront révisées seulement à partir d'exemples

- Équations, inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$.

Pour la résolution des équations du second degré, la méthode de discriminant sera présentée comme un outil puisant, mais dont l'utilisation n'est pas toujours judicieuse (cas des racines évidentes ou factorisation immédiate)

- Équations et systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$:

Commentaires :

A l'aide d'exemples on rappellera les méthodes de résolution de systèmes d'équations linéaires dans IR^2 vues au fondamental et introduire la méthode du déterminant. On n'oubliera pas l'interprétation graphique d'un système d'équations linéaires dans IR^2. On donnera quelques exemples de systèmes avec paramètre que l'on peut résoudre avec la méthode du déterminant. Cependant lorsque le déterminant est nul, on remplacera dans le système les valeurs du paramètre qui annulent ce déterminant puis on résoudra le système ainsi formé. Dans IR^3 pas de déterminant.

- Interprétation graphique d'une inéquation ou d'un système d'inéquations dans $\mathbb{R}^2$

Activités :

- Equations et inéquations dont la résolution se ramène à une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$

Parmi les équations se ramenant à celles du premier degré on traitera des exemples du type $| x – a | = b$. (la résolution se faisant en liaison avec la notion de distance sur une droite).

- Quelques exemples simples d'équations irrationnelles du type : $\sqrt{ax+b} = cx+d$

- Méthode graphique pour les équations et inéquations du type

$f(x)= g(x)$, $f(x) \leq g(x)$ où f et g sont des fonctions déterminées par un graphique.

- Exemple de mise en équation de problèmes.

IV – Fonctions Polynômes – Fonctions Rationnelles :

1°) <u>Fonctions polynôme</u> :

- Zéro d'une fonction polynôme – Méthodes de factorisation de $f(x)$
- Signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x – Différentes écritures de $f(x)$.

2°) <u>Fonctions rationnelles</u> :

- Ensemble de définition d'une fonction rationnelle – Zéro d'une fonction rationnelle

- Différentes écritures de $f(x)$ – Signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

<u>Commentaires</u> :

On pourra citer comme exemples de fonctions polynômes :

- *Les fonctions affines*
- *Les fonctions définies sur IR par :* $x \mapsto ax^2 + bx + c$; $x \mapsto ax^3 + bx^2 + cx+d$

On énoncera le théorème : « Soit $P(x)$ un polynôme et α un réel, $P(\alpha)=0$ signifie qu'on peut trouver un polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) =(x-\alpha)Q(x)$ ». Pour trouver tous les zéros d'un polynôme $P(x)$ de degré supérieur à deux connaissant un de ses zéros (en résolvant les équations du premier et du second degré), on donnera l'une des deux méthodes suivantes :

- *La méthode dite « des coefficients indéterminés ».*

<u>Exemple</u> : $x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(ax^2+ bx+ c)$.

La division euclidienne des polynômes suivant les puissances décroissantes de x. On insistera dans tout ce paragraphe, sur le bon choix d'une écriture d'un polynôme pour résoudre un problème donné.

<u>Exemple</u> - Factorisation pour étudier le signe de $P(x)$
– Forme de Hörner ; programme de calcul des valeurs de $P(x)$ pour des valeurs de la variable.

D / Géométrie :

I – Vecteurs du Plan :

- Combinaison linéaire, décomposition de vecteur. - Base : coordonnées dans une base - déterminant de deux vecteurs dans une base.

Commentaires :

Il s'agit de considérer et consolider les connaissances acquises à l'école fondamentale :

- *Notion de vecteur ; relation entre points et vecteurs, une origine étant fixée*
- *L'égalité et l'addition des vecteurs – La multiplication par un scalaire.*
- *On appelle base de l'ensemble V des vecteurs du plan, tout couple de vecteurs non colinéaires de V.*

- Produit scalaire, norme, expression analytique du produit scalaire relativement à une base orthonormée

Commentaires :

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le calcul des normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est hors programme. Elle s'effectuera à l'aide des formules :

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overline{OH} \times \overline{OB}$ *(H projeté orthogonal de A sur (OB)) et*

$\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos\theta$ *où* θ *est l'angle formé par les deux vecteurs.*

Les élèves doivent savoir : $||\vec{u} + \vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + ||\vec{v}||^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$.

Caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire le lien avec le théorème de Pythagore.

II- Géométrie métrique :

- Droites de Plan muni d'un repère : rappels, représentation paramétrique.

Commentaires :

Quitte à éventuellement reprendre des notions vues à l'école fondamentale, le travail effectué durant l'année, doit permettre à l'élève d'acquérir de façon solide les connaissances suivantes :

- *Condition d'alignement de trois points, vecteur directeur d'une droite,*

  détermination d'une droite : deux points, un point et un vecteur directeur,
- *Équation cartésienne d'une droite, coefficient directeur ;*
- *Représentation paramétrique d'une droite ;*
- *Pratique du passage d'une représentation à une autre ;*
- *Conditions de parallélisme, d'orthogonalité.*
- *L'élève doit combiner activités graphiques et numériques.*

- Barycentre de 2, 3, 4 points pondérés.

Excluant tout développement axiomatique, l'étude repose sur une bonne pratique du calcul vectoriel. L'élève devra savoir construire un barycentre. Si le plan est muni d'un repère, savoir calculer les coordonnées du barycentre.

- Application du produit scalaire au triangle.

Il ne s'agit que d'une application du produit scalaire à l'étude de quelques relations métriques simples dans un triangle, mais aucune connaissance n'est exigible des élèves sur les formules établies.

- Équation cartésienne d'un cercle du plan muni d'un repère orthonormé.

L'expression analytique du produit scalaire permettra de déterminer des équations de cercle. On étudiera l'intersection d'une droite et d'un cercle.

- Orientation du plan ; angles orientés.

L'introduction de ces notions constitue une simple prise de contact de caractère expérimental : on s'appuiera sur des observations concernant la mesure des arcs ou des angles orientés (au moyen de rapporteur) et le mouvement circulaire pour ce qui est de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, l'objectif est que les élèves connaissent et sachent utiliser le résultats suivants (admis) :

- *Un angle orienté possède une mesure principale appartenant à*

$]-\pi\ ;\ \pi]$, les autres mesures s'en déduisent par addition de $2k\pi$.

- *In versement, tout nombre réel définit un angle orienté et un seul admettant ce nombre pour mesure.*

- *Les mesures des angles orientés satisfont à la relation de Chasles. Dans ce qui précède, l'unité d'angle est le radian ; on signalera la possibilité de choisir le degré comme unité de mesure.*

Activités :

Ligne de niveau : On étudiera les lignes de niveau de quelques fonctions simples, telles que : $M \mapsto MA^2 + MB^2$; $M \mapsto MA^2 - MB^2$; $M \mapsto \vec{K}.\vec{OM}$; $M \mapsto \frac{MA}{MB}$

III- Transformations du plan :

- Homothétie
- Isométries du plan.

Commentaires :

Les élèves de 10ème ont déjà étudié des transformations (symétries axiales, symétries centrales, translations, homothéties) dans l'enseignement fondamental. Il s'agit de faire le point, de consolider et de compléter si nécessaire les connaissances acquises sur ces transformations. On évitera les exposés systématiques reprenant ces questions à leur point de départ.

A partir des transformations connues et des figures élémentaires, on dégagera la notion d'isométrie et d'ensembles isométriques. La rotation pourra être directement définie par son centre et son angle, on découvrira une rotation en composant des symétries orthogonales. On évitera de travailler systématiquement avec l'expression analytique des transformations dans un repère : l'introduction d'un repère ne sera présentée que dans des situations où cela présente un intérêt pour la résolution de la question.

L'objectif est que l'élève connaissent les propriétés essentielles des transformations du programme (en particulier l'effet sur l'alignement, la direction, le parallélisme, les barycentres, les distances, les aires) et sachent les mettre en œuvre dans des situations simples.

On présentera quelques situations où interviennent les transformations pour démontrer une propriété, construire une figure, rechercher un ensemble de points

<u>Activités :</u>

- Exemples de composées d'isométries.
- Exemples de composées d'une isométrie et d'une homothétie.
- Les figures semblables.

L'étude des composées de transformations ne doit pas être exhaustive. On s'occupera plus particulièrement des composées de symétries orthogonales par rapport à une droite. Une activité possible est l'étude de quelques figures semblables cependant l'étude générale des similitudes est hors programme.

IV- Géométrie dans l'espace :

- Description et représentation de l'espace physique.
- Positions relatives de droites, de droites et plans, de plans :

<u>Commentaires</u> :

Il s'agit de reconnaître, réaliser, manipuler des solides usuels de l'espace physique : parallélépipède, cube, tétraèdre, prisme, cylindre.

En exploitant l'analyse de ces situations spatiales on dégagera quelques propriétés fondamentales d'incidence de l'espace.

Une représentation axiomatique est exclue et on admettra les propriétés nécessaires à la conduite des activités.

Les objectifs essentiels sont :

- *Que les élèves acquièrent une bonne maîtrise des solides usuels et soient capables de les représenter par une perspective cavalière.*
- *Que les élèves connaissent les propriétés de base de la géométrie de l'espace et sachent les utiliser pour raisonner dans des situations élémentaires.*

<u>PROGRAMME DE SECONDE Technique Economie (T.E)</u>

(6 heures par semaine)

A/ <u>Trigonométrie</u> :

Définition des rapports trigonométriques à partir du triangle rectangle.

<u>Commentaire</u> :

Il s'agit de préparer l'élève à suivre l'enseignement de la physique. On reprendra les résultats suivants, vus à l'école fondamentale :

- *Etant donné un triangle ABC rectangle en A :*

$$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}, \ \sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}, \ \tan\hat{B} = \frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}} = \frac{AC}{AB}.$$

- *Pour un angle x :* $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- *Usage des tables trigonométriques.*
- *Changement d'unités : degré, radian, grade.*

Présentation à l'aide de symétries des rapports trigonométriques des angles de mesure comprise entre 0° et 180°.

<u>Commentaire</u> :*Le but de ce chapitre est de fournir à l'élève un outil pour appréhender la notion de produit scalaire .*

B/ <u>Eléments de raisonnement logique</u> :

Les éléments de raisonnement logique ne font pas l'objet d'un cours mais seront introduits et réinvestis toutes les fois que le besoin se fera sentir.

<u>Commentaire</u> *: Un cours de logique est exclu du programme. Tout au long de l'année, chaque fois que cela peut faciliter la compréhension, il est bon d'initier les élèves à utiliser :*

- *Les connecteurs « et » ; « ou » ; « négation ».*
- *Les quantificateurs « quel que soit » ; « il existe ».*

En fin d'année scolaire les élèves doivent avoir une idée claire des notions suivantes :

- notion d'exemple   - notion de contre - exemple (utilisation de contre – exemple) - notion de vérification.

- notion de déduction (si…alors) ; (hypothèse), (conclusion) ; (Condition nécessaire), (condition suffisante).

- notion de conjecture. -notion d'équivalence.

Les démonstrations doivent être soigneusement rédigées.

C/ Algèbre et introduction à l'analyse.

I- Calcul dans IR :

Pratique des opérations et des inégalités portant sur des nombres réels, en particulier les décimaux et les rationnels.

Intervalles de IR ; valeur absolue et distance sur la droite numérique : résolution graphique de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $| x - a | \leq r$ où r est un réel positif.

Majorant, minorant, maximum, minimum d'un sous-ensemble de $\mathbb{R}$.

Calcul approché : approximation décimale d'ordre *n*, arrondi d'ordre *n*, encadrement d'un nombre réel, ordre de grandeur d'une valeur numérique.

Commentaires

On effectuera une mise au point des connaissances sur les nombres réels :

- *Différentes écritures d'un nombre réel ;*
- *Savoir reconnaître si un nombre est rationnel, décimal ou entier. On s'attachera à apprendre aux élèves à organiser un calcul, un calcul approché.*
- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*
- *Choisir les écritures des nombres réels ou les valeurs approchées qui conviennent.*
- *Présenter convenablement le résultat (savoir déceler et écarter tout résultat aberrant).*

Il ne s'agira pas de recherche systématique d'un majorant, d'un maximum etc..…mais plutôt d'apprendre aux élèves à reconnaître si un nombre réel est un majorant ou un minorant d'un sous-ensemble donné de IR.

II – Fonctions numériques d'une variable réelle :

Pour toutes les notions de ce chapitre, la représentation graphique doit être un outil indispensable en tant que support intuitif.

1°) Généralités :

Coïncidence de fonctions sur un intervalle ; image directe, image réciproque d'un intervalle, majorant, minorant, minimum, maximum d'une fonction sur un intervalle, sens de variation : définition d'une fonction croissante, décroissante sur un intervalle.

Commentaires

L'étude des fonctions est considérablement développée dans ce paragraphe. L'un des objectifs est de familiariser avec diverses déterminations d'une fonction et de préparer l'introduction de l'analyse. Les élèves manipulent des notions telles que : image et image réciproque d'un intervalle, etc.. Il s'agit simplement d'une détermination graphique qui pourra, dans certains cas simples, se compléter par le calcul

Activités : Fonction non croissante, fonction non décroissante sur un intervalle.

2°) Etude de quelques fonctions usuelles :

- Fonctions affines par intervalle (fonction valeur absolue, fonction partie entière etc.…)

- Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto x^3$.

- Quelques composées de ces fonctions avec une fonction affine.

Commentaires :

Il est absolument hors de question d'aborder en classe de 10ème même sous forme intuitive, les problèmes de comportement asymptotique d'une fonction. On pourra par contre faire un régionnement du plan permettant de placer les branches d'hyperboles. L'étude du sens de variation sera faite de diverses manières (selon les cas):

- *Calcul direct ;*
- *Utilisation de graphique ;*
- *Choisir un programme de calcul adopté au problème.*
- *Utilisation du taux de variation (celle-ci ne devait pas être systématique)*

III- Équations – Inéquations

Commentaires :

Pour les parties III et IV il s'agit de consolider et d'enrichir les acquis du cycle fondamental : fonction affine, équations et inéquations du premier degré, des factorisations ou des développements de polynômes. On utilisera chaque fois que cela est possible les trois outils : représentation graphique, résolution et calcul. On habituera les élèves à la vérification.

- Équations, inéquations du premier degré (révision).

Les équations et inéquations du premier degré seront révisées seulement à partir d'exemples

- Équations, inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$.

Pour la résolution des équations du second degré, la méthode de discriminant sera présentée comme un outil puissant, mais dont l'utilisation n'est pas toujours judicieuse (cas des racines évidentes ou factorisation immédiate)

- Équations et systèmes d'équations linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$ **:**

Commentaires :

A l'aide d'exemples on rappellera les méthodes de résolution de systèmes d'équations linéaires dans IR^2 vues au fondamental et introduire la méthode du déterminant. On n'oubliera pas l'interprétation graphique d'un système d'équations linéaires dans IR^2. On donnera quelques exemples de systèmes avec paramètre que l'on peut résoudre avec la méthode du déterminant. Cependant lorsque le déterminant est nul, on remplacera dans le système les valeurs du paramètre qui annulent ce déterminant puis on résoudra le système ainsi formé. Dans IR^3 pas de déterminant.

- Interprétation graphique d'une inéquation ou d'un système d'inéquations dans $\mathbb{R}^2$

Activités :

- Equations et inéquations dont la résolution se ramène à une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$

Parmi les équations se ramenant à celles du premier degré on traitera des exemples du type $|x - a| = b$. *(la résolution se faisant en liaison avec la notion de distance sur une droite).*

- Quelques exemples simples d'équations irrationnelles du type : $\sqrt{ax+b}$ = cx+d
- Méthode graphique pour les équations et inéquations du type *f(x)=g(x), f(x)≤ g(x)* où *f* et *g* sont des fonctions déterminées par un graphique.
- Exemple de mise en équation de problèmes.
- Initiation à la programmation linéaire.

L'étude de problèmes pratiques peut conduire à résoudre un problème mathématique du type suivant : Trouver le maximum ou le minimum sur un sous- ensemble (E) de IR^2 *d'une fonction de* IR^2 *dans IR. Plus précisément, étant donné un système de contraintes du premier degré dans* IR^2 *:*

$$(\Sigma)\ \forall\ (x\,;y)\in\mathbb{R}^2 \quad \begin{cases} a_1x+b1_1y \ \leq\ c_1 \\ a_2x+b_2y \ \leq c_2 \\ -------- \\ a_nx+b_ny \ \leq\ c_n \end{cases}$$

Il s'agit d'étudier si une application du premier degré de IR^2 *dans IR* $(x, y)\mapsto ax+by$ *admet un maximum (ou un minimum) sur l'ensemble des solutions de (Σ). De tels problèmes sont appelés de programmation linéaire. On les rencontre fréquemment dans les applications des mathématiques à l'économie.*

IV – Fonctions Polynômes – Fonctions Rationnelles :

1°) Fonctions polynôme :

– Zéro d'une fonction polynôme – Méthodes de factorisation de *f(x)*

– Signe de *f(x)* suivant les valeurs de *x* – Différentes écritures de *f(x).*

2°) Fonctions rationnelles :

– Ensemble de définition d'une fonction rationnelle – Zéro d'une fonction rationnelle

– Différentes écritures de *f(x)* – Signe de *f(x)* suivant les valeurs de *x.*

Commentaires :

On pourra citer comme exemples de fonctions polynômes :

- *Les fonctions affines*
- Les fonctions définies sur IR par : $x \mapsto ax^2+bx+c$; $x \mapsto ax^3+ bx^2 + cx+ d$

On énoncera le théorème : « Soit P(x) un polynôme et α un réel, P(α)=0 signifie qu'on peut trouver un polynôme Q(x) tel que P(x) =(x– α)Q(x) ». Pour trouver tous les zéros d'un polynôme P(x) de degré supérieur à deux connaissant un de ses zéros

(en résolvant les équations du premier et du second degré), on donnera l'une des deux méthodes suivantes :

- *La méthode dite « des coefficients indéterminés ».*

<u>Exemple</u> : $x^3 - 3x^2 + 2 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$.

- *La division euclidienne des polynômes suivant les puissances décroissantes de x.*

On insistera dans tout ce paragraphe, sur le bon choix d'une écriture d'un polynôme pour résoudre un problème donné. <u>Exemple</u> - Factorisation pour étudier le signe de P(x – Forme de Hörner ; programme de calcul des valeurs de P(x) pour des valeurs de la variable.

D / <u>Statistiques</u>

Introduction du vocabulaire et des notions statistiques : distribution statistique, effectifs, effectifs cumulés, fréquences, fréquences cumulées. Caractères de position : mode, moyenne, médiane.- Mode de représentation d'une distribution statistique.

<u>Commentaires</u>.

L'élève doit savoir organiser et représenter des données fournies à l'état brut

L'élève doit savoir organiser, sur un exemple, un tableau de données (Calcul de fréquence, moyenne) mais les définitions générales des concepts mis en jeu ne sont pas exigibles.

E <u>/ Géométrie</u> :

I – Vecteurs du Plan :

Combinaison linéaire, décomposition de vecteur. Base : coordonnées dans une base, déterminant de deux vecteurs dans une base.

<u>Commentaire</u> :

Il s'agit de considérer et consolider les connaissances acquises à l'école fondamentale :

- *Notion de vecteur ; relation entre points et vecteurs, une origine étant fixée*
- *L'égalité et l'addition des vecteurs – La multiplication par un scalaire.*
- *On appelle base de l'ensemble V des vecteurs du plan, tout couple de vecteurs non colinéaires de V.*

Produit scalaire, norme, expression analytique du produit scalaire relativement à une base orthonormée

Commentaires :

L'objectif est que les élèves sachent utiliser le produit scalaire en géométrie pour le calcul des normes de vecteurs, de distances et d'angles et pour la caractérisation de l'orthogonalité.

L'introduction du produit scalaire par les formes bilinéaires symétriques est hors programme. Elle s'effectuera à l'aide des formules :

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overline{OH} \times \overline{OB}$ *(H projeté orthogonal de A sur (OB)) et*

$\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos\theta$ *où* θ *est l'angle formé par les deux vecteurs.*

Les élèves doivent savoir : $||\vec{u} + \vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + ||\vec{v}||^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$.

Caractériser le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux et faire le lien avec le théorème de Pythagore.

II- Géométrie métrique :

- Droites de Plan muni d'un repère : rappels, représentation paramétrique.

Commentaires :

Quitte à éventuellement reprendre des notions vues à l'école fondamentale, le travail effectué, durant l'année, doit permettre à l'élève d'acquérir de façon solide les connaissances suivantes :

- *Condition d'alignement de trois points, vecteur directeur d'une droite, détermination d'une droite : deux points, un point et un vecteur directeur,*
- *Equation cartésienne d'une droite, coefficient directeur ;*
- *Représentation paramétrique d'une droite ;*
- *Pratique du passage d'une représentation à une autre ;*
- *Conditions de parallélisme, d'orthogonalité.*
- *L'élève doit combiner activités graphiques et numériques.*

- Barycentre de 2, 3, 4 points pondérés.

Excluant tout développement axiomatique, l'étude repose sur une bonne pratique du calcul vectoriel. L'élève devra savoir construire un barycentre. Si le plan est muni d'un repère, savoir calculer les coordonnées du barycentre

Programme de 10ème Lettres :

(2 heures par semaine).

I – Activités concernant les nombres réels.

(Renforcement de la pratique du calcul dans $\mathbb{R}$)

Factorisation utilisation des identités remarquables :

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$; $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$; $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$;

$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$; $x^3 + y^3 = (x^2 - xy + y^2)(x + y)$

Commentaires

Ces identités seront vérifiées par les élèves, elles devront être connues de façon à être explicitées notamment au cours des activités numériques.

Calculs comportant des fractions, radicaux, puissances d'exposants entiers positifs. Introduction de la notation 10^{-n}.

Commentaires

Les élèves seront entraînés à mettre sous forme adéquate des expressions conduisant à des calculs numériques. Tout excès de spécialisation doit être proscrit.

A titre d'exemples on peut citer des expressions telles que

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \; ; \; \frac{3}{\sqrt{2^5}} \; ; \; \sqrt{\frac{3^3}{2^5}}$$

La notation 10^{-n} est introduite afin de présenter aux élèves une écriture des décimaux qui sera exploitée dans certains calculs numériques.

Comparaison de nombres réels ; encadrements ; calcul des valeurs approchées

Commentaires

On s'intéressera en particulier à des encadrements d'ordre n ;(n = 0, 1, 2 , 3)

Ainsi , faire un encadrement d'ordre 2 de $\frac{2-\sqrt{5}}{3}$ c'est trouver la double inégalité :

$$-0{,}08 \leq \frac{2-\sqrt{5}}{3} \angle -0{,}07 .$$

Calculs comportant des valeurs absolues

<u>Commentaire</u>

Les élèves devront savoir simplifie, suivant les valeurs, de x des expressions telles que :

$$|x-1| - |2x+3| \; ; \; |x-1| \times |x+2| \; ; \; \frac{|x+3|}{|2x+5|} \; ; \; \sqrt{(x-1)^2}$$

Notion d'intervalles

Les élèves devront connaître les notations telles que [a , b] ;]a , b] ;]a , b[; [a ,+∞[

Ainsi que leur traduction par des inégalités.

<u>II – Fonctions</u>

- Approche de la notion de fonction à partir d'exemples diversifiées : suites graphiques, schémas de calcul

- Ensemble de définition

- Etude de fonctions usuelles et représentation graphique de ces fonctions :

$$f(x) = ax^2 \; ; \; f(x) = \frac{a}{x} \; ; \; f(x) = x \; ;$$

- Fonction affine

- Fonctions affines par intervalles $f(x) = ax$; exemples tirés de la vie courante

- Fonctions en escalier

$f(x) = E(x)$ (fonction partie entière) ; exemples tirés de la vie courante

<u>Commentaires</u>

Pour ce qui concerne les suites, on se bornera à étudier le sens de variation sur des exemples simples, suites arithmétiques, suites géométriques $u_o = a$ *avec* $a \neq 0$

si la suite est définie par une formule de récurrence, quelques calculs numériques suffiront pour conjecturer le sens de variation. Il est exclu de pratiquer le raisonnement par récurrence sous sa forme achevée.

Sur les représentations graphiques des fonctions, la notion de sens de variation est évidente

Lorsque la fonction est définie par un schéma de calcul, on peut d'abord construire point par point un graphique de la fonction et interpréter le sens d variation à partir de ce graphique. On peut alors en donner une justification plus rigoureuse, uniquement sur les exemples figurants au programme à partir du taux d'accroissement.

Quant aux extremums de ces fonctions les graphiques permettent de les visualiser. Pour les branches infinies, les graphiques donneront une première intuition, des calculs numériques fondés sur des inégalités viendront renforcer cette intuition.

Graphiques de chemins de fer, factures d'eau et électricité etc.…

Tarifs postaux, quantité d'un médicament liée au poids du patient etc.…

Fonctions et inéquations :

- Équations et inéquations du premier degré à une inconnue.

- Systèmes d'équations du premier degré à deux ou trois inconnues, sans paramètre.

- Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues.

- Application à la résolution de problèmes.

On proposera également des équations et inéquations dont la résolution se ramène à celle d'équations et d'inéquations du premier degré après factorisation.

b) Déterminons l'équation de la tangente D à (C) au point A :

$y = f'\left(\frac{1}{2}\right)(x-\frac{1}{2}) + f\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$ $y = 2x - 1$ qui est l'équation de la tangente D.

c) $\varphi(x) = f(x) - 2x + 1$; φ est définie sur Df et , $\varphi'(x) = f'(x) - 2 \Leftrightarrow$

$\varphi'(x) = \dfrac{(2x-1)^2}{2x(1-x)}$ $\forall x \in]0;1[$ $\varphi'(x) > 0$ d'où φ est croissante sur

Programme de Mathématiques des Medersas
$10^{ème}$ spéciale

(6 heures par semaine).

<u>OBJECTIF</u>

Préparer les élèves venant de la $9^{è}$ année des Medersas à suivre efficacement le programme de mathématiques des $1^{ères}$ années de l'enseignement Secondaire Général, Technique et Professionnel.

A– Algèbre :

I <u>Calcul dans $\mathbb{R}$</u>

*** <u>Rappels sur les entiers naturels</u>**

- Puissances à exposants entiers naturels d'un nombre naturel
- Puissances à exposants entiers de 10
- Ecriture des nombres sous la forme $a10^n$ ($0<a\leq 9$; $n\in \mathbb{N}$). Utilisation de cette écriture dans les calculs sur les grands nombres.
- Puissances à exposants entiers positifs ou nuls d'un nombre réel.
- Produits remarquables :$(a+b)^2$; $(a–b)^2$; $(a+b)(a–b)$.

● <u>Diviseurs et multiples d'un nombre entier naturel</u>

(Exemples numériques et sous forme d'activités)

- Nombres premiers (Rappels)
- Décomposition d'un nombre premier en produit de facteurs premiers
- PPCM et PGCD de deux entiers naturels non nuls. Application aux problèmes pratiques.
- Ensemble de diviseurs communs, ensemble de multiples communs de deux ou plusieurs nombres entiers naturels : écriture par énumération des ensembles obtenus.
- Racine carrée d'un nombre positif
- Pratique de l'extraction de la racine carrée.
- Propriétés de la racine carrée : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \text{ x } \sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($b \neq 0$).
- Opérations sur les radicaux.

● <u>Nombres décimaux</u> (ensemble ID)

- Écriture des nombres décimaux sous forme la forme $a.10^p$ avec $0< a \leq 9$; $p\in \mathbb{N}$.
- Pratique des opérations sur ID : addition, soustraction, multiplication.

- **<u>Nombres rationnels</u> (ensemble $\mathbb{Q}$)**

- Calculs sur les fractions : addition, soustraction, multiplication, quotient.
- Valeur absolue d'un nombre rationnel.
- Pratique de calculs sur les proportions. Application à la résolution des problèmes pratiques.
- Encadrement d'un rationnel par un couple de nombres décimaux
  $(a\times10^p\ ;\ (a+1)\times10^p)$ avec $0 < a \leq 9$; $p\in\mathbb{Z}$
- Encadrement d'une somme, d'un produit, d'un quotient exact avec des exemples.
- Représentation graphique des applications linéaires, affines, affines par morceaux.

II <u>Équations et inéquations</u>

- Équation du premier degré à une inconnue
- Inéquation du premier degré à une inconnue
  - Résolution graphique de ces inéquations
  - Utilisation pratique des applications linéaires, affines, affines par morceaux à la résolution des inéquations.
- Inéquation du premier degré à deux inconnues
  - Systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues :
    – Solution graphique
    – Application à la résolution de problèmes pratiques

III <u>Fonction numérique d'une variable réelle</u>.

- Application : Polynôme à une variable réelle, degré d'un polynôme
  - Exercice de calculs sur les polynômes (addition, soustraction, multiplication)
  - Exercices de factorisation des polynômes. Application à la résolution d'inéquation à une inconnue de degré supérieur à 1.
  - Exercice de développement sur les polynômes.
- **<u>Fonctions rationnelles.</u>**
  - Ensemble de définition d'une fonction rationnelle
  - Calcul de valeurs numériques
  - Exercices de simplification.

B / Trigonométrie

- **Définition des rapports trigonométriques à partir du triangle rectangle :**

- Il s'agit de préparer l'élève à suivre l'enseignement de la physique. On reprendra les résultats suivants vus à l'école fondamentale.

- **Etant donné un triangle ABC rectangle en A, on a :**

$\text{Cos}\,\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{C}} = \dfrac{AC}{AB}$.

- Pour un angle x on a : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- Usage des tables trigonométriques,
- Changement d'unité : degré, grade, radian.
- Application à la résolution de problèmes pratiques**.**

C / Géométrie

I– La droite (traiter sous forme d'activité)

- la droite graduée abscisse d'un point sur une droite graduée (Rappel).
- Mesure algébrique d'un bipoint, distance de deux points sur la droite graduée.
- Relation de Chasles, abscisse du milieu d'un segment
- Changement de graduation uniquement sur des exemples concrets.
- Changement d'unité sans changement d'origine.

II– Les vecteurs (Rappels sous forme d'activités)

- Étant donnés deux points A et B distincts, tracer le vecteur représentant (A , B)
- Étant donné un vecteur $\vec{u}$ et un point A du plan, construire le vecteur $\vec{AB}$ d'origine A tel que $\vec{AB} = \vec{u}$.
- Construction de somme et de différence de deux vecteurs.

- Vecteurs colinéaires (Rappels et définition) :

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant deux vecteurs ils sont dits colinéaires s'il existe un réel k tel que : $\vec{u} = k\,\vec{v}$.
- Exercices de constructions de représentants de vecteurs colinéaires.
- Norme d'un vecteur $\vec{u}$ de représentant (A, B) ;
- Droites perpendiculaires (construction).

III– Géométrie métrique

- Relation métrique dans le triangle rectangle

  - Relation de Pythagore et sa réciproque
  - Repère du plan, coordonnées d'un point
  - Coordonnées cartésiennes d'un vecteur
  - Composantes d'un vecteur
  - Equation cartésienne d'une droite dans un repère cartésien
  - Intersection de deux droites définies par leurs équations

- Repère orthonormé

  - Vecteurs orthogonaux
  - Distance de points, norme d'un vecteur
  - Condition d'orthogonalité et de parallélisme de deux droites définies par leurs équations dans un repère orthonormé.

IV – Les applications du plan dans lui-même

- Translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale : ces applications du plan qui conservent la distance sont des isométries.

  - Cas d'isométrie des triangles
  - Symétries laissant invariantes des figures usuelles : segment, droite, parallélogramme, rectangle, losange, carré, cercle.
  - Homothétie.

- Le cercle (construction) Position relative d'un cercle et d'une droite