

Exercice 1 :6 points

- 1) Le 16 mars, on veut remplacer trois paiements de 680000^F échéant le 31 mars, 460000^F échéant 30 avril et 810000^F échéant le 15 mai, par un paiement unique de 2000000^F , au taux d'escompte de 6%. Détermine la date de ce paiement.
- 2) Aly dispose de 500000^F CFA d'économie. Trouve lui, le placement le plus avantageux entre :
 200000^F CFA à 9% et 300000^F CFA à 11% ou
 500000^F CFA à 10%.

Exercice 2 :6 points

Amadou et Moussa sont deux amis, chacun à son niveau décide de placer la somme de 100000^F au taux annuel de 10%. Ainsi Amadou choisit de placer son capital à intérêt simple tandis que Moussa choisit de placer à intérêt composé avec capitalisation annuelle des intérêts. On note respectivement par U_n et V_n les valeurs acquises respectives des placements de ces deux amis, après n années.

- 1) Précise la différence entre un placement à intérêt simple et un placement à intérêt composé ;
- 2) Calcule U_1 , U_2 et U_3 puis déduis-en la nature de la suite (U_n) ;
- 3) Calcule V_1 , V_2 et V_3 puis déduis-en la nature de la suite (V_n) ;
- 4) Exprime U_n et V_n en fonction de n ;
- 5) En cinq (5) ans, chacun obtiendra combien ? Qui a effectué le meilleur placement ?

Problème :8 points

La production d'oignons d'une coopérative agricole, en fonction de la durée t exprimée en jours est modélisée par la fonction f , définie par $f(t) = 20t^3 - 60t$ sur $[0; 30]$, jours de production.

- 1) Trouve le domaine de définition D_f de f ;
- 2) Calcule $f'(t)$ et dresse le tableau de variations de f ;
- 3) Trouve la date de production assurant une perte minimale ; que vaut cette perte ?
- 4) Calcule la production pour $t = 30$ jours ;
- 5) Trace dans un repère orthonormé, la courbe exprimant la production d'oignons pendant 30 jours.

On prendra :

- un (1) cm pour deux (2) jours en abscisse ;
- un (1) cm pour cent mille (100000) kg en ordonnée.

Exercice 1 : **6 points**

1. Déterminons la date de paiement de l'effet unique :

$$\blacksquare \quad V_1 = 680\,000F ; n_1 \text{ (du 16 mars au 31 mars)} = 15 \text{ jours}$$

$$\blacksquare \quad V_2 = 460\,000F ; n_2 \text{ (du 16 mars au 30 avril)} = 45 \text{ jours}$$

$$\blacksquare \quad V_3 = 810\,000F ; n_3 \text{ (du 16 mars au 15 mai)} = 60 \text{ jours}$$

$$V = 2\,000\,000F ; \quad n = ? \quad \text{taux} = 6\% ;$$

$$\left(V - \frac{V \cdot t \cdot n}{36\,000} \right) = \left(V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot n_1}{36\,000} \right) + \left(V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot n_2}{36\,000} \right) + \left(V_3 - \frac{V_3 \cdot t \cdot n_3}{36\,000} \right)$$

$$\Rightarrow V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2) + V_3(D - n_3)$$

$$D = \frac{36\,000}{t} = \frac{36\,000}{6} = 6\,000 \text{ alors on a :}$$

$$2\,000\,000(6\,000 - n) = 680\,000(6\,000 - 15) + 460\,000(6\,000 - 45) + 810\,000(6\,000 - 60)$$

$$n = 6\,000 - \frac{680\,000(6\,000 - 15) + 460\,000(6\,000 - 45) + 810\,000(6\,000 - 60)}{2\,000\,000}$$

$$n = 189,75 \approx 190, \text{ d'où } n = 190 \text{ jours}$$

16 mars $\rightarrow$ 31 mars : 15 jours ;

Avril : 30 jours

Mai : 31 jours

Juin : 30 jours

juillet : 31 jours

Août : 31 jours

Septembre : 22 jours

La date de paiement est le 22 septembre

2. Trouvons le placement le plus avantageux

Le contexte sied à un placement à intérêt simple, qu'il soit annuel, mensuel ou journalier :

$$\blacksquare \quad 200\,000F \text{ à } 9\% \text{ et } 300\,000F \text{ à } 11\% :$$

$$\text{Intérêt : } I = I_1 + I_2 = \frac{C_1 t_1 n}{100} + \frac{C_2 t_2 n}{100} = \frac{(C_1 t_1 + C_2 t_2) \times n}{100} ;$$

$$\text{Avec } C_1 = 200\,000F ; t_1 = 9 ; C_2 = 300\,000F ; t_2 = 11 ; n = 1$$

$$\Rightarrow I = \frac{200\,000 \times 9 + 300\,000 \times 11}{100} = 51\,000 ; \quad I = 51\,000F$$

$$\blacksquare \quad 500\,000F \text{ à } 10\% :$$

$$I = \frac{Ctn}{100} \text{ avec } C = 500\,000 ; t = 10 ; n = 1 \Rightarrow I = \frac{500\,000 \times 10}{100} = 50\,000$$

$$I = 50\,000F$$

Le placement le plus avantageux est celui de : **200 000F à 9% et 300 000F à 11%**

Autre méthode

Le contexte sied à un placement à intérêt simple, qu'il soit annuel, mensuel ou journalier :

200 000F à 9% et 300 000F à 11% :

$$\text{Intérêt : } I = I_1 + I_2 = \frac{C_1 t_1 n}{100} + \frac{C_2 t_2 n}{100} = \frac{(C_1 t_1 + C_2 t_2) \times n}{100} ;$$

$$\text{Avec } C_1 = 200\,000F ; t_1 = 9 ; C_2 = 300\,000F ; t_2 = 11 ;$$

- Si n est en années :

- 200 000F à 9% et 300 000F à 11% :

$$\Rightarrow I = \frac{(200\,000 \times 9 + 300\,000 \times 11) n}{100} = 51\,000n ; \quad I = 51\,000nF$$

- 500 000F à 10% :

$$I = \frac{Ctn}{100} \text{ avec } C = 500\,000 ; t = 10 ; \Rightarrow I = \frac{500\,000 \times 10 \times n}{100} = 50\,000n ;$$

$$I = 50\,000nF$$

Le placement le plus avantageux est celui de : **200 000F à 9% et 300 000F à 11%**

- Si n est en mois :

- 200 000F à 9% et 300 000F à 11% :

$$I = \frac{(200\,000 \times 9 + 300\,000 \times 11) n}{1200} = 4250n ; \quad I = 4250nF$$

- 500 000F à 10% :

$$I = \frac{Ctn}{1200} \text{ avec } C = 500\,000 ; t = 10 ; \Rightarrow I = \frac{500\,000 \times 10 \times n}{1\,200} = 4\,166,67n ;$$

$$I = 4\,166,67nF$$

Le placement le plus avantageux est celui de : **200 000F à 9% et 300 000F à 11%**

- Si n est en jours :

- 200 000F à 9% et 300 000F à 11% :

$$I = \frac{(200\,000 \times 9 + 300\,000 \times 11) n}{36\,000} = 141,67n ; \quad I = 141,67nF$$

- 500 000F à 10% :

$$I = \frac{Ctn}{36\,000} \text{ avec } C = 500\,000 ; t = 10 ; \Rightarrow I = \frac{500\,000 \times 10 \times n}{36\,000} = 138,89n ;$$

$$I = 138,89nF$$

Le placement le plus avantageux est celui de : **200 000F à 9% et 300 000F à 11%**

Exercice 2 : **6 points**

$$u_0 = v_0 = 100\,000$$

1. Différence entre un placement à intérêt simple et un placement à intérêt composé :
Dans un placement à intérêts simples, l'intérêt est constant tandis que dans un placement à intérêts composés, les intérêts de chaque période s'ajoutent au capital précédent pour produire à leur tour des intérêts pendant la période suivante et ainsi de suite.
2. Calculons u_1 , u_2 et u_3 puis déduisons la nature de la suite (u_n)

$$I = \frac{Ctn}{100} ; \text{ avec } C = u_0 = 100\,000 ; t = 10 ; n = 1$$

$$\Rightarrow I = \frac{100\,000 \times 10}{100} = 10\,000$$

$$u_1 = u_0 + I = 100\,000 + 10\,000 = 110\,000 ;$$

$$u_2 = u_1 + I = 110\,000 + 10\,000 = 120\,000 ;$$

$$u_3 = u_2 + I = 120\,000 + 10\,000 = 130\,000 ;$$

$$\mathbf{u_1 = 110\,000 ; u_2 = 120\,000 ; u_3 = 130\,000}$$

Nature de la suite (u_n)

$$u_1 = u_0 + 10\,000$$

$$u_2 = u_1 + 10\,000$$

$$u_3 = u_2 + 10\,000$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$u_{n+1} = u_n + 10\,000 ;$$

Alors (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 10\,000$ et de premier terme

$$u_0 = 100\,000$$

3. Calculons v_1 , v_2 et v_3 puis déduisons la nature de la suite (v_n)

$$v_0 = 100\,000$$

$$v_1 = v_0 + 10\%v_0 = (1 + 10\%)v_0 = 1,1v_0$$

$$= 1,1 \times 100\,000 = 110\,000 ;$$

$$v_2 = v_1 + 10\%v_1 = (1 + 10\%)v_1 = 1,1v_1$$

$$= 1,1 \times 110\,000 = 121\,000 ;$$

$$v_3 = v_2 + 10\%v_2 = (1 + 10\%)v_2 = 1,1v_2$$

$$= 1,1 \times 121\,000 = 133\,100 ;$$

$$v_1 = 110\,000 ; v_2 = 121\,000 ; v_3 = 133\,100$$

Nature de la suite (v_n)

$$v_1 = 1,1v_0$$

$$v_2 = 1,1v_1$$

$$v_3 = 1,1v_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$v_{n+1} = 1,1v_n ;$$

Alors (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,1$ et de premier terme $v_0 = 100\,000$

4. Exprimons u_n et v_n en fonction de n

$$u_n = u_0 + nr \Rightarrow u_n = 100\,000 + 10\,000n$$

$$v_n = v_0 \times q^n \Rightarrow v_n = 100\,000 \times (1,1)^n$$

5. Calculons le montant que chacun d'eux obtiendra et déterminons celui qui a effectué le meilleur placement

Valeur acquise du placement de Amadou au bout de cinq ans :

$$u_5 = 100\,000 + 10\,000 \times 5 \Rightarrow u_5 = 150\,000$$

Valeur acquise du placement de Moussa au bout de cinq ans :

$$v_5 = 100\,000 \times (1,1)^5 \Rightarrow v_5 = 161\,051$$

Le placement le plus avantageux est celui de Moussa.

Problème : **8 points** ✍

$$f(t) = 20t^3 - 60t ; t \in [0 ; 30]$$

1. Trouvons le domaine de définition D_f de f

f est une fonction polynôme définie sur $[0 ; 30]$, alors $D_f = [0 ; 30]$

2. Calculons $f'(t)$ et dressons le tableau de variation de f

$$f(t) = 20t^3 - 60t \Rightarrow f'(t) = 20(3t^2) - 60 \Rightarrow f'(t) = 60t^2 - 60$$

$$\text{Posons : } f'(t) = 0 \Rightarrow 60t^2 - 60 = 0 \Rightarrow 60t^2 = 60 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \in [0 ; 30] \\ t = -1 \notin [0 ; 30] \end{cases}$$

Tableau de variation :

x	0	1	30
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	-40	538 200

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 20 - 60 = -40$$

$$f(30) = 20(30)^3 - 60(30)$$

$$= 538\,200$$

3. Trouvons la date de production assurant une perte minimale et déterminons la valeur de cette perte

La production est minimale pour $t = 1$ jour ; cette perte est 40kg

4. Calculons la production pour $t = 30$ jours

$f(30) = 538\,200$; alors cette production est 538 200 kg

5. Traçons dans un repère orthonormé, la courbe exprimant la production d'oignons pendant 30 jours

Unité graphique :

- Un (1) cm pour deux (2) jours en abscisse ;
- Un (1) cm pour cent mille (100 000) kg en ordonnée

