

FICHE DE TRAVAUX DIRIGÉS DE MATHÉMATIQUES

CLASSE DE TERMINALE A₄

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $4x + 3 = 5x - 4$; b) $3x - 5(x + 1) - 2 = 0$; c) $x(x - 1) + 2(1 - x) = 0$;

d) $3(x + 2) - 3x = 5$; e) $-2x^2 + x - 3 = 0$; f) $3(x - 2)^2 - x(2 - x) = 0$;

g) $x^2 - x - 6 = 0$; h) $4x^2 + 3x - 10 = 0$; i) $5x + 3 > 0$; j) $-2x + 4 < 3x - 6$;

k) $-2x^2 + 5x - 3 \leq 0$; l) $x^2 - x - 6 > 0$; m) $4x^2 + 3x - 10 < 0$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivants :

(S₁): $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 7x - y = -11 \end{cases}$; (S₂): $\begin{cases} 3x - 2y = -3 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$; (S₃): $\begin{cases} \frac{2}{2-x} + \frac{5}{1-y} = 11 \\ \frac{7}{2-x} - \frac{1}{1-y} = -11 \end{cases}$;

(S₄): $\begin{cases} 3(2x - 5) - 2(-6y + 1) = -3 \\ -2(2x - 5) - 6y + 1 = 5 \end{cases}$; (S₅): $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$;

(S₆): $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$; (S₇): $\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 12 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ et par le pivot de Gauss les systèmes d'équations :

S₁: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases}$; S₂: $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$; S₃: $\begin{cases} 2x + 5y + z = 0 \\ 3x - y + 4z = 16 \\ x + 7y - 2z = -12 \end{cases}$;

S₄: $\begin{cases} x + y - 2z = 7 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y + z = 20 \end{cases}$

Exercice 4

1) a. Résoudre l'équation : $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 100$

b. Une dame charitable rencontre un premier mendiant, elle donne la moitié d'argent qu'elle a dans son sac, plus 100FCFA qu'elle sort de sa poche. Au deuxième mendiant, elle donne la moitié de ce qui lui reste

dans son sac, plus 300FCFA qu'elle sort de sa poche. En supposant qu'il ne lui reste plus rien dans ses poches et que dans son sac, il lui reste 100FCFA, calculer la somme qu'elle avait dans son sac au début de sa balade ; puis déterminer la somme totale que possédait cette dame.

- 2) a. En utilisant la méthode de Gauss, déterminer le triplet $(x_0; y_0; z_0)$

solution du système (S) suivant :
$$\begin{cases} 8x + 3y + z = 314 \\ 5x + 2y + 2z = 225 \\ 12x + 5y + z = 478 \end{cases}$$

b. Dans un magasin spécialisé, Aoudou, Nana et Ndédi ont acheté des articles de mêmes variétés. Aoudou achète 12 rouleaux de papiers peints, 5kg de peinture et 1kg d'apprêt pour un montant total de 47 800FCFA. Nana achète 5 rouleaux de papiers peints, 2kg de peinture et 2kg d'apprêt pour un montant total de 22 500FCFA et Ndédi dépense 31 400FCFA pour 8 rouleaux de papiers peints, 3kg de peinture et 1kg d'apprêt. Déterminer le prix d'un rouleau de papier peint, le prix d'un kg de peinture et le prix d'un kg d'apprêt.

- 3) a. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S) suivant par combinaison et par substitution :
$$\begin{cases} x + y = 26 \\ 100x - 50y = 500 \end{cases}$$

b. Afin d'encourager son fils à étudier les mathématiques, Mr Victor accepte de lui donner 100FCFA pour chaque problème correctement résolu. Mais lui reprend 50FCFA dans le cas contraire.

Après 26 problèmes, le garçon obtient 500FCFA. Déterminer le nombre de problème correctement résolu

- 4) a. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode de Gauss, le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ x + y - 2z = 0 \\ 45x - 75y = 0 \end{cases}$$

b. Une salle de cinéma compte 120 places réparties en trois classes :

Classe VIP : 90F ; Classe moyenne : 75F et Classe basse : 55F.

Sachant que la somme du nombre de places VIP et de places moyennes est le double du nombre de places basses et, lorsque toutes les places sont occupées, la recette de la classe moyenne est la moitié de la recette de la classe VIP. Calculer le nombre de places de chaque classe.

Exercice 5

- 1) Le but ici est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $x^3 + 3x^2 - 18x - 40 \leq 0$

Pour cela, on considère le polynôme p défini par :

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 18x - 40$$

- Calculer $P(-2)$, puis conclure
 - Déterminer réels a , b et c tels que $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$
 - En déduire alors la résolution de $x^3 + 3x^2 - 18x - 40 \leq 0$
- 2) Soit le polynôme f défini par : $f(x) = x^3 - 10x^2 + 31x - 30$
- Vérifier que 2 est une racine de f
 - Résoudre : $x^2 - 8x + 15 = 0$
 - Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$
 - Déduire la résolution de : $f(x) = 0$
 - Résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$
- 3) Soit le polynôme f défini par : $h(x) = -2x^3 + 7x^2 - 17x + 7$
- Vérifier que $\frac{1}{2}$ est une racine de h
 - Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(ax^2 + bx + c)$
 - Déduire la résolution de $h(x) = 0$ et $h(x) < 0$

Exercice 6

Pour chacun des cas ci-dessous :

- Déterminer le domaine de définition
 - Calculer les limites aux bornes de D_f
 - Calculer la dérivée
- $f(x) = -2x^2 + 3x - 5$
 - $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 10$
 - $h(x) = -x^3 + 5x - 3$
 - $s(x) = \frac{-2x+6}{x-4}$; $t(x) = -\frac{4}{-x+3}$; $q(x) = \frac{-3x}{2x+1}$; $m(x) = \frac{x}{-x+2}$
 - $n(x) = \frac{-2x^2+5x-1}{2x+3}$; $r(x) = \frac{x^2-3x+6}{x+2}$; $v(x) = \frac{x^2-4x}{-x+1}$; $u(x) = \frac{4x^2}{-2x+3}$
 - $w(x) = \frac{x^2+x-3}{x}$; $j(x) = \frac{-2x^2+4}{-x}$

Exercice 7

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ et C_g sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de g (D_g)
 - 2) Calculer les limites aux bornes de D_g et en déduire les différentes asymptotes.
 - 3) Calculer la dérivée de g et en déduire le sens de variation de g .
 - 4) Déterminer les points de rencontres de C_g avec les axes du repère.
 - 5) Dresser le tableau de variation de g .
 - 6) Démontrer que le point $A(2; 2)$ est centre de symétrie à C_g .
 - 7) Déterminer l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.
 - 8) Construire la courbe C_g ; puis la courbe C_h définie par $h(x) = -g(x)$.
 - 9) Sur le même repère que C_g et C_h , construire la courbe C_f définie par $f(x) = g(x+1) - 2$
- NB : ces courbes seront construites en trois couleurs différentes.

Exercice 8

Soit g la fonction définie sur $[-2; 6]$ par $g(x) = \frac{x-2}{1-x}$ et C_g sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction g .
- 2) Calculer les limites à droite, puis à gauche de g en 1 ; Conclure
- 3) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
- 4) Déterminer l'équation de la tangente (T) à C_g au point d'abscisse $x=0$.
- 5) Démontrer que le point $B(1; -1)$ est centre de symétrie à C_g .
- 6) Construire C_g et (T).

Exercice 9

On considère la fonction numérique f d'une variable réelle x définie dans $[0; 4]$ par : $f(x) = \frac{3}{2-x}$. (C) est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Quel est l'ensemble D de définition de f ?
- 2) Calculer les limites à droite et à gauche de f en 2
- 3) Donner une équation cartésienne de l'asymptote à la courbe (C)
- 4) Calculer $f'(x)$, fonction dérivée de f
- 5) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f
- 6) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3

7) Tracer dans $(0, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) et la droite (T)

8) Construire sur le même graphique que (C) la courbe (C') de la fonction $g(x) = -f(x)$

Exercice 10

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

1-Ecrire l'ensemble de définition de f.

2-Calculer les limites aux bornes.

3-Donner les équations des asymptotes à la courbe.

4-Calculer la dérivée de f et donner son tableau de variation.

5-Représenter la courbe f dans l'intervalle $[-6, -2[\cup]-2, 4]$ et montrer que

$\Omega \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ est centre de symétrie à Cf

Exercice 11

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x - 4$ et Cf sa courbe dans le repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Donner le domaine de définition de f.

2) Calculer les limites aux bornes de Df.

3) Montrer que pour tout x élément de Df, on a : $f(x) = (x+1)^2 - 5$

4) Démontrer que la droite (D) d'équation $x = -1$ est axe de symétrie à Cf.

5) Calculer $f'(x)$ et résoudre $f'(x) = 0$

6) Etudier le signe de $f'(x)$ dans un tableau et en déduire le sens de variation de la fonction f.

7) Déterminer l'équation de la tangente (T) à Cf au point $x = -2$

8) Après avoir rempli le tableau suivant, construire soigneusement Cf :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y							

9) Construire la courbe Ch définie par $h(x) = |f(x)|$

Exercice 12

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}$ sur $[-4; 4]$ et C_f sa courbe dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Etudier la parité de la fonction f .
- 2) Calculer $f(-4)$ et $f(4)$.
- 3) Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
- 4) Dresser le tableau de variation de f .
- 5) Après avoir compléter le tableau ci-dessous, construire soigneusement C_f

x	-1	-3		4
y			0	

- 6) Déterminer l'équation de la tangente (T) à C_f au point $A(0; 1/2)$
- 7) Démontrer que la droite (D) d'équation $x = 0$ est axe de symétrie à C_f .
- 8) Résoudre graphiquement $f(x) < 0$.
- 9) Construire la courbe C_h définie par $h(x) = |f(x)|$

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ et C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition de f ; Calculer les limites aux bornes de D_f et en déduire les différentes asymptotes
2. Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$
3. Démontrer que la droite D d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à C_f
4. Etudier les positions relatives de C_f et D
5. Montrer que le point $A(2; 1)$ est centre de symétrie à C_f
6. Déterminer le sens de variation de f et dresser le tableau de variation de f
7. Construire C_f , D et ces différentes asymptotes
8. Construire la courbe C_h telle que $h(x) = |f(x)|$

Exercice 14

On donne $f(x) = \frac{4x^2 - 4x}{2x - 1}$

- 1) Déterminer le D_f et calculer les limites aux bornes de D_f
- 2) Calculer $f'(x)$ et déduire le sens de variation de f .
- 3) Dresser le tableau de variation de f .

- 4) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x-1}$
- 5) Démontrer que la droite $(D) : y = 2x - 1$ est asymptote oblique à C_f
- 6) Etudier les positions relatives de C_f et D
- 7) Montrer que le point $I(\frac{1}{2}; 0)$ est centre de symétrie à C_f
- 8) Déterminer l'équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 0
- 9) Construire C_f avec ces asymptotes

Exercice 15

On considère $f(x) = \frac{-2x^2+x-1}{-x+1}$; On note C_f sa courbe dans $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Déterminer le D_f et calculer les limites aux bornes de D_f .
- 2) Calculer la dérivée de f et en déduire son signe
- 3) Dresser le tableau de variation de f
- 4) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{-x+1}$
- 5) On note (T) la tangente à C_f au point A d'abscisse 0 ; donner une équation de (T)
- 6) Démontrer que le point $\Omega(1; 3)$ est centre de symétrie à C_f
- 7) Etudier la position de C_f par rapport à $(D) : y = 2x + 1$
- 8) Construire C_f et ces asymptotes

Exercice 16

Déterminer la primitive de la fonction f sur l'intervalle I

- a. $f(x) = 5x^3 + 6x^2 - 4$; $I = \mathbb{R}$
- b. $f(x) = \frac{2}{x^3}$; $I =]-\infty; 0[$
- c. $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - 5 - \frac{4}{x^2}$; $I = [-1; 1]$
- d. $f(x) = (3x + 1)^2$; $I = \mathbb{R}$
- e. $f(x) = 3x^2(x^3 - 1)^2$; $I = \mathbb{R}$
- f. $f(x) = \frac{-4}{(4x+1)^2}$; $I =]-\frac{1}{4}; +\infty[$
- g. $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x-2)^2}$; $I =]1; +\infty[$
- h. $f(x) = \frac{x^3+2x^2+4}{x^2}$; $I =]0; +\infty[$

Exercice 18

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer :

- Le domaine de définition D_f
 - Les limites aux bornes de D_f
 - La dérivée
- a. $f(x) = \ln(-x)$
 - b. $f(x) = \ln(-x + 1)$
 - c. $f(x) = 2\ln x - \ln(x + 2)$
 - d. $f(x) = \ln(x^2)$
 - e. $f(x) = 2x^2 - 5x + \ln(x^2 - 4x + 5)$
 - f. $f(x) = 2x + 1 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$
 - g. $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln(x + 2)$

Exercice 19

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

- a. $\ln(x - 3) = \ln(2x - 1)$
- b. $\ln(2x + 1) = 2$; b) $\ln(-x + 1) = -3$; b) $\ln(x^2 + 5x + 6) = \ln(x + 11)$
- c. $\ln(x + 3) + \ln(x + 5) = \ln 15$
- d. $\ln(-x + 4) - \ln(3x + 2) = \ln(x + 1)$
- e. $3\ln^2 x - 5\ln x + 2 = 0$; e) $-2(\ln x)^2 + 3\ln x + 9 = 0$
- f. $\ln(x - 1) > 0$; f) $\ln(-2x + 3) \leq -2$;
- g. $3\ln^2 x - 5\ln x + 2 > 0$; e) $-2(\ln x)^2 + 3\ln x + 9 \geq 0$
- h. $\ln(x + 3) + \ln(x + 5) \leq \ln 15$

Exercice 20

Résous dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes : $\begin{cases} 3\ln x - 4\ln y = -6 \\ 2\ln x + \ln y = 7 \end{cases}$; $\begin{cases} 3\ln x + \ln y = 7 \\ 3\ln x - 5\ln y = 4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4\ln x - 5\ln y = -3 \\ 2\ln x - 2\ln y = 1 \end{cases}$$

Exercice 21

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f
2. Démontrer que la fonction f est impaire

3. Etudier les variations de f sur $[0 ; 1[$
4. On appelle C_f la courbe de f dans un repère orthonormé. Justifier que C_f admet deux asymptotes
5. Déterminer une équation de la tangente (T) à C_f en $x_0 = 0$
6. Dessiner C_f

Exercice 22

On considère les fonctions f et g définies sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x + x \ln x$ et $g(x) = 1 + \ln x$;

1. Résoudre l'inéquation $1 + \ln x \geq 0$
2. Etudier les limites de f en 0 et $+\infty$
3. Montrer que pour $x > 0$, $f'(x) = g(x)$
4. Dresser le tableau de variation de f
5. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1

Exercice 23

A. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = -x + \ln(x+1) - \ln x$;

On désigne par C_f sa courbe dans $(O; \vec{i}; \vec{j})$, unités graphiques 2cm

1. a. Calculer la limite de f à droite en 0
b. Montrer que pour $x > 0$, $f(x) = -x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
c. Déduire la limite de f en $+\infty$
 2. a. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe
b. Dresser le tableau de variation de f
 3. Démontrer que la droite $(D): y = -x$ est asymptote à C_f
 4. En supposant que (D) est au dessus de C_f dans $]-\infty, -1[$, construire C_f .
- B. Soit h la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $h(x) = -x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
1. a. Donner le domaine de définition de h
b. Calculer les limites aux bornes de D_h
c. Calculer $h'(x)$ et étudier son signe
d. Démontrer que le point $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie à C_h

Exercice 24

Simplifier au maximum chacun des nombres proposées

$$A = \ln\sqrt{80} - \frac{1}{2}\ln 5; \quad B = \ln(\sqrt{6} + 1) + \ln(\sqrt{6} - 1) - \ln\sqrt{100} - \ln\frac{1}{8}$$

$$C = \frac{8\ln 4}{e^{\frac{3}{4}\ln 16}}; \quad D = \ln[(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2]$$

$$E = 3\ln e^5 - 8\ln\sqrt{e}; \quad F = 4\ln 8 - 5\ln 27 + 5\ln\frac{3}{2}$$

Exercice 25

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

- a. $e^x = 3$; b) $e^{-2x} = \frac{1}{2}$; c) $\ln x = 3$; d) $\ln(2x - 1) = -\frac{1}{2}$
 b. $\ln(-x + 1) = -2$; c) $e^{3x+1} = 4$; d) $e^{3x} = 4e^{-4x}$; e) $(e^x - 1)(e^x - \frac{1}{3}) = 0$
 c. $e^{2x} - 4e^x - 5 = 0$; d) $e^{3x} = e^{x^2}$; e) $e^x - 3e^x = -2$
 d. $e^{6x+4} + 2e^{3x+2} = 3$;
 e. $(e^x - 1)(e^x - \frac{1}{3}) > 0$; f) $e^{-2x} \leq \frac{1}{2}$; g) $e^{2x} - 4e^x - 5 < 0$
 f. h) $e^{x+3} \leq e^{x^2-x}$

Exercice 26

1) Etudier la limite de la fonction f à l'endroit indiqué

- a. $f(x) = x^2 + e^x$ en $+\infty$ et $-\infty$
 b. $f(x) = 2e^x - \frac{1}{x}$ en $+\infty$ et $-\infty$
 c. $f(x) = 2e^{-(x+1)}$ en $+\infty$ et $-\infty$
 d. $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x}$ en $+\infty$ et $-\infty$
 e. $f(x) = e^{\frac{1}{2x}}$ en $0, +\infty$ et $-\infty$
 f. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$ en $+\infty$ et $-\infty$

2) Dérivées toutes les fonctions ci-dessus

Exercice 27

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 2 + e^{-x}$

1. a. Calculer la limite de f en $+\infty$

b. Vérifier que pour tout nombre réel non nul, $f(x) = x(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x})$

- c. Déduisez la limite de f en $-\infty$
2. a. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe
b. Dresser le tableau de variation de f
3. a. On pose pour tout nombre réel x : $h(x) = f(x) - (x - 2)$; Calculer la limite de $h(x)$ en $+\infty$; Que déduisez vous pour la courbe C_f
b. On désigne par (D) la droite d'équation $y = x - 2$. Etudier suivants les valeurs de x , la position de C_f et (D) .
c. Tracer C_f et (D)

Exercice 28

Le tableau suivant donne l'âge des habitants d'un échantillon d'un quartier de Bandjoun.

Age	[0 ;6[	[6 ;15[	[15 ;25[	[25 ;35[	[35 ;45[	[45 ;65[	[65 ;90[
ECC	300	130	170	300	430	470	500

- 1) Déterminer l'effectif total
- 2) Compléter le tableau statistique par :
a) Les effectifs, b) Les ECD, c) les centres et les classes, d) Les amplitudes.
- 3) quelle est la classe modale ?
- 4) Construire l'histogramme et le polygone des effectifs.
- 5) Construire le polynôme des ECC et des ECD.
- 6) Calculer la moyenne puis l'écart-type.
- 7) De terminer le nombre d'individu de cet échantillon dont l'âge :
a) est supérieur à 45 ans. b) est inférieur à 25 ans. c) est compris entre 6 ans et 35 ans.
- 8) Déterminer graphiquement la médiane et commenter.

Exercice 29

- 1) Calculer les nombres suivants : $a = \frac{12!}{9!}$; $b = \frac{9!}{6!4!}$; $c = \frac{8!}{4(4!)}$; $d = C_{18}^2$; $e = A_7^5$;
 $f = A_{15}^6$; $g = \frac{C_7^5}{C_6^5}$; $h = \frac{C_3^1 \times C_5^2}{C_8^3}$; $i = \frac{A_8^4 \times A_{10}^2}{A_{18}^6}$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes : a) $C_n^2 = 36$; b) $A_n^4 = 42A_n^2$; c) $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$

- 3) Chacun des 40 élèves d'une classe étudie le français ou l'arabe ; 15 étudient les deux langues. Combien d'élèves étudient une seule des deux langues ?
- 4) Dans un club sportif, tous les membres pratiquent au moins un des deux sports proposés : le basket et le handball ; 850 membres pratiquent le basket, 600 pratiquent le handball et 250 pratiquent les deux sports.
 - a) Combien de membres compte ce club sportif ?
 - b) Combien de membres pratiquent uniquement le basket ? Le handball ?
- 5) Une urne contient quatre boules blanches, trois boules vertes et deux boules rouges. On tire simultanément 4 boules de l'urne.
 - a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?
 - b) Combien y a-t-il de tirages contenant une seule boule blanche ? une verte ? une rouge ?
 - c) Combien y a-t-il de tirages contenant exactement trois boules vertes ? trois boules de même couleur ?
 - d) Combien y a-t-il de tirages contenant au moins une rouge ? au plus trois boules blanches ?
- 6) Le premier ministre veut distribuer quatre portefeuilles ministériels (économie, éducation, santé, agriculture) à quatre personnes parmi dix candidats potentiels. Combien a-t-il de choix possibles.
- 7) Une coopérative de 20 membres doit élire un bureau composé d'un président, d'un secrétaire général et d'un trésorier. Les statuts de la coopérative n'autorisent pas le cumul de poste. Déterminer le nombre de bureaux possibles.
- 8) Une urne contient 10 boules numérotées de 0 à 9
 - I- On tire simultanément 4 boules de l'urne et on note le numéro.
 - 1- Calculer le nombre de tirage possible
 - 2- Calculer le nombre de tirage comportant :
 - a)- Aucun numéro pair
 - b)- Plus de deux nombres impairs.
 - II- On tire successivement et sans remise 4 boules et on note leur numéro.
 - 1- Calculer le nombre de tirages possibles.

2- Calculer le nombre de tirage dont le résultat est un nombre à 4 chiffres.

9) a) Simplifier $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

b)- Résoudre dans $\mathbb{N}$: $(E_1): A_n^2 = 2n^2 - n - 64$; $(E_2): C_n^2 = 2n$

10) Une réunion regroupe les élèves de 1^{ère}A₄ et de 1^{ère}C dans le cadre d'un projet d'établissement La répartition des élèves est donnée dans le tableau suivant.

	Garçons	Filles	Total
Elèves 1 ^{ère} A		10	
Elèves 1 ^{ère} C	10		30
Total	30		

1) Recopier et compléter le tableau précédent

2) On choisit au hasard deux élèves .Déterminer le nombre de façon d'obtenir :

a) Deux garçons

b) Deux filles de 1^{ère}C

c) Un garçon de 1^{ère}C et une fille de 1^{ère}A

11) Calculer en fonction de x entier naturel, les nombres A_x^2 et C_x^2

Un groupe de danse de tam – tam est constitué de 5 filles et de 6 garçons. Pour compenser ce groupe, on a présélectionné 10 filles dont Sandrine et 10 garçons dont Jean et Pierre

a. Combien de groupes de danse peut – on former avec tous ces présélectionnés ?

b. Combien de groupes de danse peut – on former sachant que Sandrine et Jean connus comme meilleurs danseurs sont présélectionnés d'office ?

c. Combien de groupes de danse peut – on former sachant qu'une seule des personnes citées(Sandrine, Jean et Pierre) est sélectionnée ?

12) Mr Victor possède dans sa garde-robe 10 paires de chaussures dont 6 blanches, 3 noires et 1 rouge ;15 pantalons dont 5 blancs, 4 noires et 6 rouges ; 8 chemises dont 4 blanches, 3noires et 1 rouges.

1) De combien de façon peut-il s'habiller ?

2) De combien de façon peut-il s'habiller s'il doit être en couleur unique ?

3) Il décide de mettre une chaussure blanche et un pantalon blanc.

- De combien de manière peut-il s'habiller ?
- De combien de façon peut-il s'habiller s'il ne doit pas mettre une chaussure blanche et un pantalon noir ?

Exercice 30

- A) Une urne contient 10 boules distinctes indiscernables au toucher : 5 rouges, 3 noires et 2 blanches. On tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne. On veut déterminer les probabilités de chacun des événements suivants :
- « obtenir exactement 3 boules rouges »
 - « obtenir au plus 2 boules rouges »
 - « obtenir 3 boules de mêmes couleurs »
 - « obtenir une boule de chaque couleur »
- L'hypothèse d'équiprobabilité des tirages est – elle vérifiée ? Pourquoi ?
 - Déterminer le cardinal de a et déduisez sa probabilité.
 - De la même manière, déterminer les probabilités de B, C et D.
- B) Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher, 4 de ces boules sont rouges et le reste est noir.
- On suppose qu'on tire simultanément 2 boules de cette urne. Calculer :
 - La probabilité P_1 d'avoir une boule de chaque couleur
 - La probabilité P_2 d'avoir exactement 2 boules rouges
 - La probabilité P_3 d'avoir moins de 2 boules rouges
 - On suppose maintenant qu'on tire une boule de l'urne qu'on ne remet pas, puis on tire une seconde. Calculer :
 - La probabilité P_4 d'avoir une boule de chaque couleur
 - La probabilité P_5 d'avoir une boule rouge au 1^{er} tirage.

Exercice 31

Le tableau suivant donne la tension artérielle moyenne y_i en fonction de l'âge x_i d'une population.

Age (x_i)	36	42	48	54	60	66
Tension(y_i)	11,8	14	12,6	15	15,5	15,1

- Représenter le nuage de points associé à cette série
- Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série
- Par la méthode de Mayer, déterminer l'équation de la droite d'ajustement linéaire liée à cette série
- a. Vérifier que le point G appartient à cette droite

- b. Une personne de 70 ans a une tension artérielle de 16,2. Cela vous paraît - il normal ?
- c. En considérant cette tendance vérifiée, déterminer la tension artérielle d'une personne âgée de 100 ans

Exercice 32

On s'est intéressé à l'évolution du nombre de visiteurs d'un site touristique sur 8 années. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Rang de l'année (X)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de visiteurs (Y)	540	560	700	800	875	1120	1370	1500

1. a. Représenter graphiquement le nuage de points de la série statistique (X;Y) ainsi définie (1 cm pour une année en abscisses et 1 cm pour 200 visiteurs en ordonnées).
- b. Déterminer les coordonnées du point moyen G et représenter ce point
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite de Mayer (G_1G_2)
3. Estimer alors à l'unité près par excès, le nombre de visiteur de l'année de rang 10

Exercice 33

Partie A

- I) 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 5x + 4 = 0$
2. Dédire les solutions de l'équation : $(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$
- II) On considère le polynôme P défini par : $P(x) = -2x^3 + x^2 + 15x - 18$
1. Calculer $P(2)$; puis conclure
2. Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-2x^2 + 7x + 6 = 0$
4. En déduire la résolution de $P(x) = 0$
5. Résoudre l'inéquation suivante dans $\mathbb{R}$: $P(x) < 0$

Partie B

I) 1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant par la méthode de Gauss :

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

2. Dédurre les solutions de
$$\begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 0 \\ 3\ln x + 2\ln y + \ln z = 0 \\ \ln x - \ln y + \ln z = 4 \end{cases}$$

II) 1. On considère les fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{2x}{x^2+4}$ et $g(x) = 2x(x^2 + 4)$. Déterminer les primitives F et G des fonctions f et g qui prennent la valeur 0 en 0.

2. On considère la fonction $h(x) = x + 3 + \frac{\ln x}{x}$. Parmi les fonctions ci-dessous, recopier celle qui est la dérivée de la fonction h :

a) $h'(x) = 1 + \frac{1 + \ln x}{x^2}$; b) $h'(x) = 1 - \frac{1 + \ln x}{x^2}$; c) $h'(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x^2}$

Partie C

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+1}$

1. Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites aux bornes de D_f
2. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x différent de -1, on a :
 $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$
3. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (x + 2)$; Puis donner une interprétation graphique de cette limite.
b. La courbe C_g admet-elle d'autres asymptotes ? Si oui, préciser les.
4. Etudier les variations de la fonction, puis dresser son tableau de variation
5. Etudier la position relative de la courbe C_g et de la droite (D) d'équation : $y = x + 2$
6. Démontrer que le point $\Omega (-1 ; 1)$ est centre de symétrie à C_g
7. Déterminer l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse -2
8. Construire soigneusement C_g dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie D

Le tableau suivant donne la durée de vie en heure, regroupée en huit classes, d'un lot de piles d'une même marque pour lampe poche

Durée de vie	[50 ;60[	[60 ;70[	[70 ;80[	[80 ;90[	[90 ;100[	[100 ;110[	[110 ;120[	[120 ;130[	total
Effectif (n_i)	10	15	35	40	20	30	15	5	
Centre (c_i)									
$n_i c_i$									
$n_i c_i^2$									
ECC									
ECD									

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus
2. Représenter cette série par l'histogramme des effectifs
3. Déterminer la classe modale
4. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants
5. Calculer la moyenne, la variance et l'écart type
6. Déterminer par deux méthodes la médiane

Exercice 34

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
 - a. l'équation: $2x^2 - 9x - 5 = 0$
 - b. l'équation : $2(\ln(x+1))^2 - 3\ln(2x+2)^3 - 5 + 9\ln 2 = 0$
 - c. l'inéquation : $2e^{6x+2} - 9e^{3x+1} - 5 < 0$
2. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = -12 \end{cases}$ et en déduire la résolution de :

$$\begin{cases} \ln(xy) = 4 \\ \ln x \ln y = -12 \end{cases}$$
3. Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss :

$$(S) \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases} \quad \text{et en déduire la résolution de } (S')$$

$$\begin{cases} e^{x+1} + 2\ln(y+2) + 3(z-2) = 5 \\ 2e^{x+1} + \ln(y+2) + z - 2 = 4 \\ e^{x+1} - \ln(y+2) + 4(z-2) = 1 \end{cases}$$

Partie B

1. On désigne par $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$ la primitive de la fonction $h(x) = (2x^2 - 5x + 6)e^{-2x}$. Déterminez les réels a , b et c .
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$
 - a. Déterminer le domaine de définition de f
 - b. Déterminer les réels a et b tels que pour tout x élément de D_f , on a :
$$f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-5}$$
 - c. Déterminer la primitive F de f sur l'intervalle $] -1 ; 5[$. En déduire celle qui prend la valeur 0 en 2.

Partie C

Soit f la fonction définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$; C_f sa courbe représentative.

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f
2. Déterminer les réels a , b et c tels que, pour x de D_f on a :
$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$$
3.
 - a. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe
 - b. Déterminez les limites de f en 1 et $+\infty$
 - c. Etablissez le tableau de variation de f
4.
 - a. Donner une équation de l'asymptote verticale à C_f
 - b. Démontrer que la droite $(D) : y = x - 1$ est asymptote oblique à C_f
5. Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$, construisez toutes les droites rencontrées précédemment, puis la courbe C_f

Partie D

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise exprimé en millions de francs, pendant huit années consécutives.

Numéro de l'année (x_i)	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Chiffre d'affaires (y_i)	41	68	55	80	95	104	100	122

1. Représenter le nuage de points associés à cette série statistique
2. Calculer les coordonnées du point moyen G

3. Déterminer la droite d'ajustement linéaire de Mayer (G_1G_2); et représenter cette droite
4. Démontrer que le point moyen G appartient à la droite (G_1G_2)
5. En supposant que l'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise gardera la même tendance, estimer le chiffre d'affaires pour l'année 2007.