

Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

$$\begin{aligned}
 1. \quad & 2 \times 10 - 5 = 15 > -1 \\
 & 2 \times (-1) - 5 = -7 \leq -1 \\
 & 2 \times 3 - 5 = 1 > 1
 \end{aligned}$$

Donc -1 est solution de l'inéquation $2x - 5 \leq -1$.

Réponse : -1

2. Le PGCD des nombres 12 et 30 est égal à :

$$\begin{aligned}
 30 &= 12 \times 2 + 6 \\
 12 &= 6 \times 2 + 0
 \end{aligned}$$

Le dernier reste non nul est 6 donc PGCD (12, 30) est 6.

Réponse : 6

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (3x + 7)(3x - 7) = (3x)^2 - 7^2 \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \\
 & (3x + 7)(3x - 7) = 9x^2 - 49
 \end{aligned}$$

La forme développée de $(3x + 7)(3x - 7)$ est : $9x^2 - 49$

Réponse : $9x^2 - 49$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \sqrt{75} - \sqrt{48} = \sqrt{25 \times 3} - \sqrt{16 \times 3} \\
 & \sqrt{75} - \sqrt{48} = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\
 & \sqrt{75} - \sqrt{48} = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Le nombre $\sqrt{75} - \sqrt{48}$ peut s'écrire : $\sqrt{3}$

Réponse : $\sqrt{3}$

Exercice 2 : (4 points)

1. Etendue de cette série statistique : $10 - 1 = 9$

2. Effectif total : $N = 48$ donc $\frac{N}{2} = 24$

Donc la médiane est la moyenne entre la 24^{ième} et 25^{ième} valeur rangées dans l'ordre croissant.

Ajoutons une ligne au tableau correspond aux l'effectif cumulés croissants

Poids en kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	1	2	4	2	5	11	8	8	3	4
Effectif cumulés croissants	1	3	7	9	14	25	33	41	44	48

La 24^{ième} valeur est donc 6 et la 25^{ième} valeur est aussi 6 donc la médiane M est **M = 6**.

3. Premier quartile : $\frac{1}{4}N = \frac{48}{4} = 12$

Donc le premier quartile Q_1 est la 12^{ième} valeur soit **$Q_1 = 5$** .

Troisième quartile : $\frac{3}{4}N = \frac{3 \times 48}{4} = 36$

Donc le troisième quartile Q_3 est la 36^{ième} valeur soit **$Q_3 = 8$** .

4. $\frac{3 \times 48}{4} = 36$

Il y a : $5 + 11 + 8 + 8 + 3 + 4 = 39$ élèves qui ont un cartable dont le poids est supérieur ou égal à 5kg.

Comme $39 > 36$, on peut donc dire que : « Plus des trois quarts des 48 élèves viennent en cours avec un cartable qui pèse 5 kg ou plus »

L'affirmation est donc vraie

Exercice 3 : (4 points)

1. x représente la longueur (en m) d'une locomotive et y celle (en m) d'un wagon-citerne.

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152 m de long.

$$\text{Donc : } 2x + 10y = 152$$

$$\text{Soit : } x + 5y = 76$$

Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Il y a donc maintenant 1 locomotive et 12 wagons-citernes.

Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long.

$$\text{Donc : } x + 12y = 160$$

Le système de deux équations à deux inconnues représentant la situation est :

$$\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2. \begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5y \\ x + 12y = 160 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5y \\ 76 - 5y + 12y = 160 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5y \\ 7y = 160 - 76 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5y \\ y = \frac{84}{7} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5y \\ y = 12 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 76 - 5 \times 12 \\ y = 12 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases} \end{aligned}$$

Le système $\begin{cases} x + 5y = 76 \\ x + 12y = 160 \end{cases}$ a pour solution le couple (16 ; 12).

3. Le système que l'on a résolu à la question 2. est le système que l'on avait obtenu à la question 1.

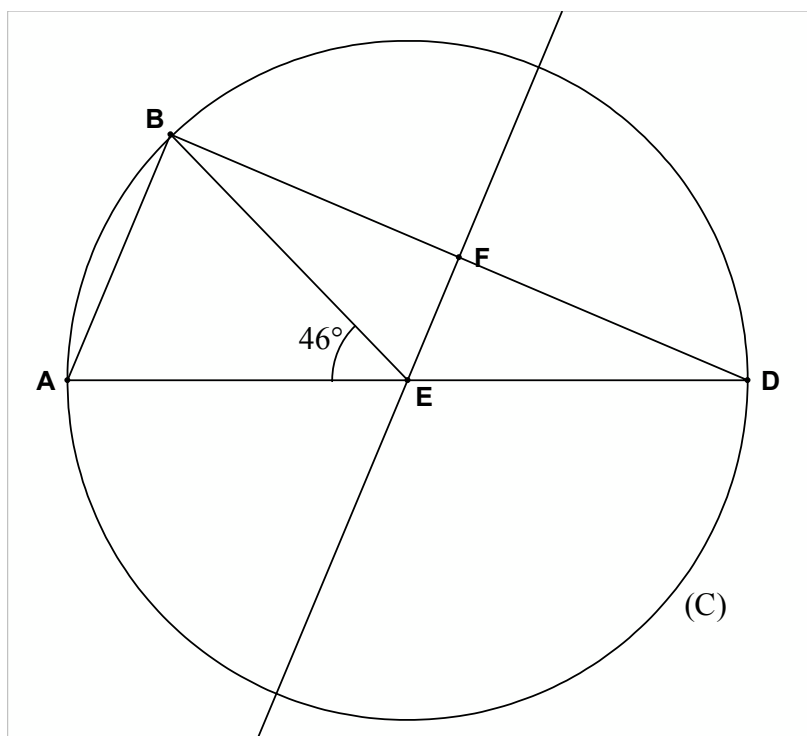
On en déduit donc que :

La longueur d'une locomotive est 16 m et celle d'un wagon-citerne 12m.

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 : (6 points)

1. Figure :



2. Le triangle ABD est inscrit dans le cercle (C) dont le diamètre [AD] est un des côtés du triangle ABD donc **le triangle ABD est rectangle en B.**

3. L'angle $\widehat{AEB}$ est un angle au centre interceptant l'arc de cercle $\widehat{AB}$

L'angle $\widehat{ADB}$ est un angle inscrit interceptant le même arc de cercle $\widehat{AB}$

$$\text{Donc } \widehat{ADB} = \frac{1}{2} \widehat{AEB}$$

$$\text{Donc } \widehat{ADB} = 23^\circ.$$

4. Dans le triangle ABD rectangle en B on a :

$$\sin \widehat{ADB} = \frac{AB}{AD} \quad \text{soit} \quad AB = AD \sin \widehat{ADB}$$

$$AB = 9 \times \sin 23^\circ$$

$$AB = 3,52 \text{ au centième près}$$

La longueur AB est 3,52 cm au centième de cm près

5. Dans le triangle ADB :

Les points D, E, A et D, F, B sont alignés dans le même ordre

Les droites (EF) et (AB) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DB} = \frac{EF}{AB} \quad \text{soit} \quad \frac{DE}{DA} = \frac{EF}{AB}$$

$$\text{soit} \quad \frac{4,5}{9} = \frac{EF}{AB}$$

$$\text{Soit} \quad \frac{1}{2} = \frac{EF}{AB}$$

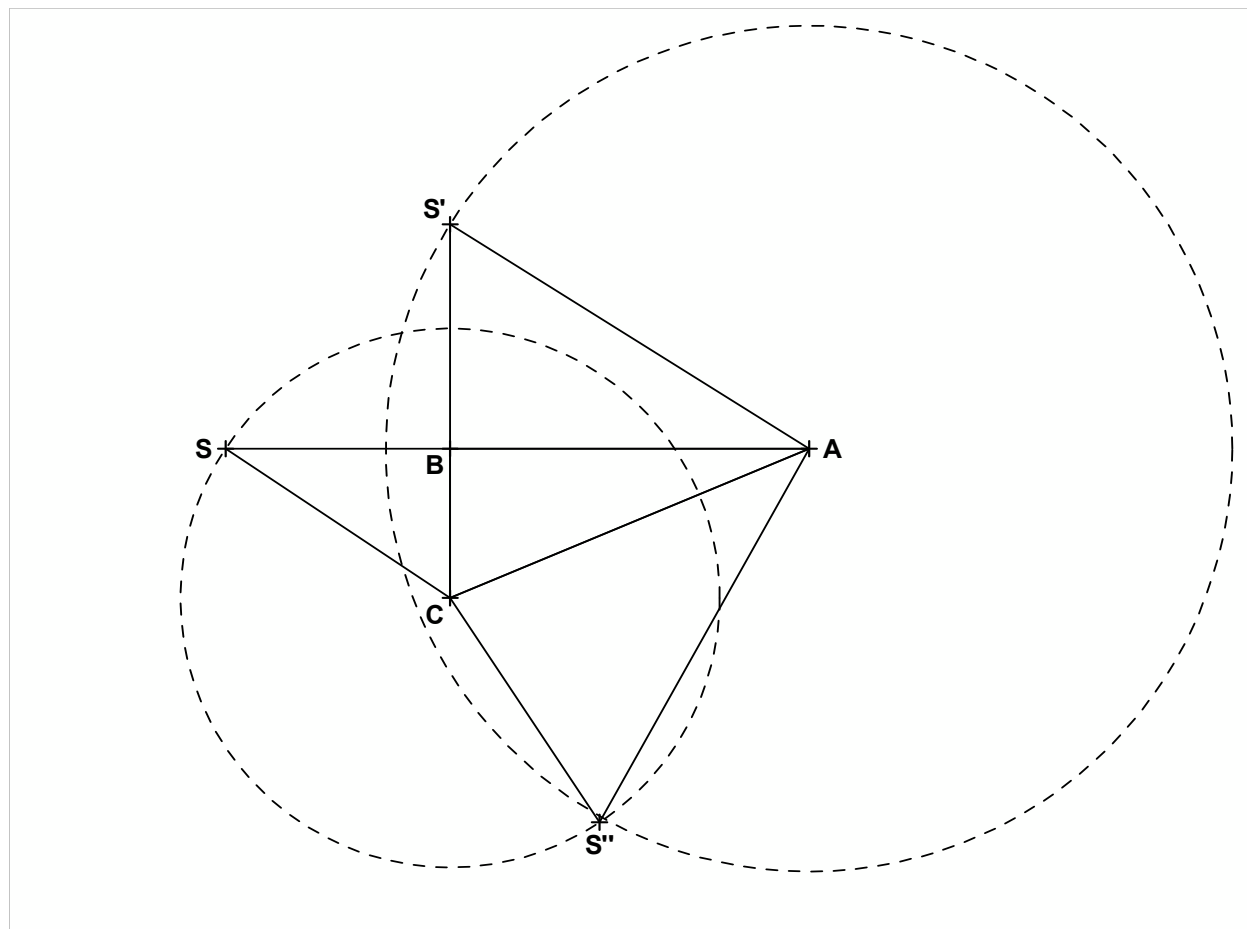
$$\text{Soit} \quad EF = \frac{1}{2} AB$$

$$\text{soit} \quad EF = 1,76$$

La longueur EF est 1,8 cm au dixième de cm.

Exercice 2 : (6 points)

1. Patron



2. Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \text{soit} \quad AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$AB^2 = 5,2^2 - 2^2$$

$$AB^2 = 23,04$$

$$AB = \sqrt{23,04}$$

$$\mathbf{AB = 4,8 \text{ cm}}$$

3. Aire du triangle ABC : $A_{ABC} = \frac{BC \times BA}{2} = \frac{4,8 \times 2}{2} = 4,8 \text{ cm}^2$

Volume de la pyramide SABC en cm^3 :

En considérant la base ABC, la hauteur correspondante est SB.

$$\text{Donc : } V_{SABCD} = \frac{1}{3} A_{ABC} \times SB = \frac{1}{3} \times 4,8 \times 3 = \mathbf{4,8 \text{ cm}^3}$$

4. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD.

$$\text{Le coefficient de réduction est : } k = \frac{SB'}{SB} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$$

Donc le volume de la pyramide SA'B'C'D' :

$$V_{SA'B'C'D'} = k^3 \times V_{SABCD}$$

$$V_{SA'B'C'D'} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 4,8$$

$$V_{SA'B'C'D'} = \frac{1}{8} \times 4,8$$

$$\mathbf{V_{SA'B'C'D'} = 0,6 \text{ cm}^3}$$

Problème (12 points)

Partie A - Etude du tarif 1

1. Le montant de la facture pour 20 minutes de communication, correspond à l'image de 20 par la représentation graphique pour le tarif 1.

On lit : 15 €

Par lecture graphique, le montant de la facture pour 20 minutes de communication est 15 €.

Construction : voir figure en fin d'exercice

2. La durée en minutes des communications qui correspond à une facture de 35 €, correspond à l'antécédente de 35 par la représentation graphique pour le tarif 1.

On lit : 75 minutes

Par lecture graphique, la durée en minutes des communications qui correspond à une facture de 35 € est de 75 minutes

Construction : voir figure en fin d'exercice

3. La représentation graphique pour le tarif 1 n'est pas une droite, donc **le montant de la facture selon le tarif 1 n'est pas proportionnel à la durée des communications.**

Partie B - Etude du tarif 2

1. Tableau intitulé "Etude du tarif 2" situé dans l'annexe.

Nombres de minutes de communication	20	$22/0,55 = 40$	100
Montant de la facture en euro selon le tarif 2	$20 \times 0,55 = 11$	22	$100 \times 0,55 = 55$

2. Tarif 2 : Le montant de la facture de téléphone est proportionnel au temps de communication et une minute de communication coûte 0,55 €.

Donc si x représente la durée des communications (en minutes) pour un mois avec le tarif 2, alors une expression du montant de la facture en fonction de x est : **$0,55x$**

3. La fonction f définie par $f(x) = 0,55x$ est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est une droite passant par le point (0 ; 0) et par le point (40 ; 22)

Construction : voir figure en fin d'exercice

Partie C - Etude du tarif 3

1.

Nombres de minutes de communication	20	100
Montant de la facture en euro selon le tarif 3	$10 + 20 \times 0,35 = 17$	$10 + 100 \times 0,35 = 45$

2. Tarif 3 : Le montant de la facture de téléphone est obtenu de la façon suivante :
On ajoute à un abonnement mensuel de 10 € un montant proportionnel au temps de communication tel qu'une minute de communication coûte 0,35 €.

Si x représente la durée des communications (en minutes) pour un mois avec le tarif 3, alors une expression du montant de la facture en fonction de x est : **$10x + 0,35x$** .

3. La fonction g définie par $g(x) = 0,35x + 10$ est une fonction affine. Sa représentation graphique est une droite passant par le point (20 ; 17) et par le point (100 ; 45)

Construction : voir figure en fin d'exercice

4. La fonction g définie par $g(x) = 0,35x + 10$ est une fonction affine, donc **le montant de la facture selon le tarif 3 n'est pas proportionnel à la durée des communications.**

Partie D - Comparaison des tarifs

1. 1h 30min = 90 minutes

Graphiquement, on regarde quelle est l'image de 90 par les trois représentations graphiques des trois tarifs.

L'image la plus petite correspondra au montant le plus petit, donc au tarif le plus avantageux.

Graphiquement : l'image la plus petite est donnée pour le Tarif 1.

Pour Sarah, le tarif le plus avantageux est le tarif 1.

2. Graphiquement, on regarde quelle est l'antécédent de 25 par les trois représentations graphiques des trois tarifs.

L'antécédent le plus grand correspondra au temps de communication le plus grand, donc au tarif le plus avantageux pour téléphoner le plus longtemps possible avec 25 €.

Graphiquement : l'antécédent le plus grand est donnée pour le Tarif 2

Pour Julien, le tarif le plus avantageux est le tarif 1.

$$\begin{aligned} 3. \quad 0,55x &\geq 0,35x + 10 && \Leftrightarrow && 0,55x - 0,35x &\geq 10 \\ & && \Leftrightarrow && 0,2x &\geq 10 \\ & && \Leftrightarrow && x &\geq \frac{10}{0,2} \\ 0,55x &\geq 0,35x + 10 && \Leftrightarrow && x &\geq 50 \end{aligned}$$

0,55x correspond au tarif 2

0,35x + 10 correspond au tarif 3.

On peut donc dire que le tarif 2 devient moins avantageux que le tarif 3 pour un temps de communication supérieure à 50 minutes.

