

🌀 Corrigé du baccalauréat STI2D - Enseignement de spécialité 🌀
Mexique juin 2023

Exercice 1

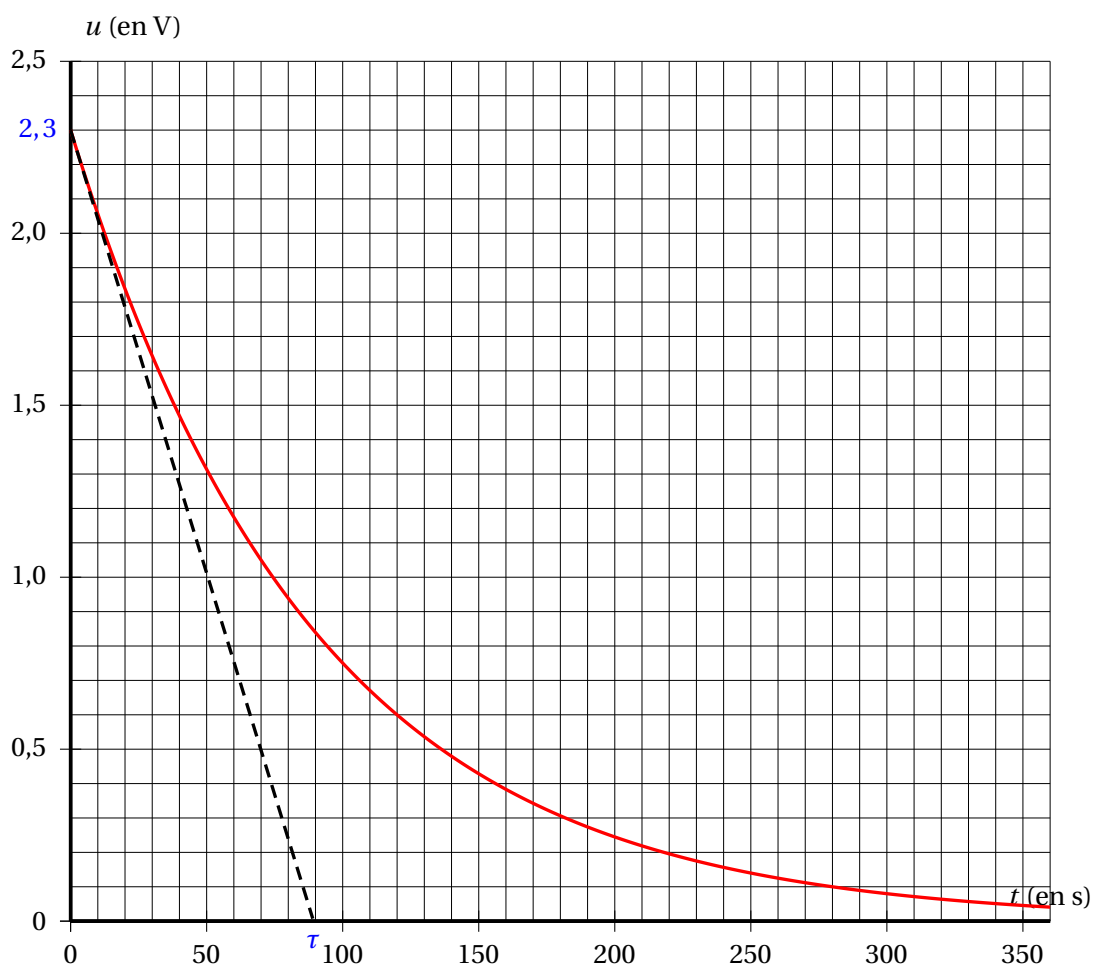
physique-chimie et mathématiques

4 points

Étude en laboratoire de la décharge d'un supercondensateur

On réalise un montage qui permet de charger un supercondensateur de capacité égale à 372 F avec un générateur (interrupteur sur 1), puis de le décharger dans le conducteur ohmique de résistance R (interrupteur sur 2).

Le graphique ci-dessous représente l'enregistrement de l'évolution de la tension aux bornes du supercondensateur au cours de sa décharge.



Données : énergie W_c accumulée par le supercondensateur $W_c = \frac{1}{2} \times C \times u^2$.

Avec C : capacité du supercondensateur en farad (F)

u : tension aux bornes du supercondensateur en volt (V)

W_c : énergie stockée dans le supercondensateur en joule (J)

1 Wh = 3 600 J

3. À partir du graphique, on peut dire que la tension initiale dans le supercondensateur est : $u_i = 2,3 \text{ V}$.

Donc l'énergie initiale est égale à : $W_c = \frac{1}{2} \times C \times u_i^2 = \frac{1}{2} \times 372 \times 2,3^2 = 983,94 \text{ J}$.

4. La masse du supercondensateur est de 60 g, donc de 0,06 kg.

Son énergie initiale est en Joule, de 983,94, donc elle est en Wh de $\frac{983,94}{3600}$.

Donc son énergie massique en Wh/kg est de $\frac{\frac{983,94}{3600}}{0,06}$, soit environ de 4,56.

Cette énergie massique est comprise entre 4 et 5, ce qui est typique d'un supercondensateur.

L'évolution de la tension aux bornes du supercondensateur, après fermeture de l'interrupteur K en position 2, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2,3 e^{-0,0112x}$, où x représente le temps en seconde.

5. On détermine une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.

$$f'(x) = 2,3 \times (-0,0112) e^{-0,0112x} = -0,02576 e^{-0,0112x} \text{ donc } f'(0) = -0,02576.$$

$$f(x) = 2,3 e^{-0,0112x} \text{ donc } f(0) = 2,3.$$

La tangente a pour équation : $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ soit $y = -0,02576x + 2,3$.

6. L'abscisse τ du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses est la solution de l'équation : $0 = -0,02576x + 2,3$; donc $\tau = \frac{2,3}{0,02576} \approx 89,3$.

7. On sait que : $\tau = RC$ et $R = 0,235 \Omega$.

$$\text{Donc } C = \frac{\tau}{R} = \frac{89,3}{0,235} \approx 380 \text{ F}$$

La valeur obtenue à partir de ce modèle est un peu supérieure à celle donnée par le constructeur.

Exercice 3

mathématiques

4 points

Question 1

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -2y + 40$.

1. L'équation différentielle $y' = ay + b$ a pour solutions les fonctions f définies par $f(t) = k e^{at} - \frac{b}{a}$ où k est un réel quelconque.

Donc l'équation différentielle $y' = -2y + 40$ a pour solutions les fonctions f définies par $f(t) = k e^{-2t} - \frac{40}{-2}$ où k est un réel quelconque, soit les fonctions f définies par $f(t) = k e^{-2t} + 20$.

2. $f(0) = 200 \iff k e^0 + 20 = 200 \iff k = 180$

La solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 200$ est définie par $f(t) = 180 e^{-2t} + 40$.

Question 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 1) e^x$.

$$f'(x) = 1 \times e^x + (x - 1) \times e^x = x e^x$$

Pour tout réel x , on sait que $e^x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de x . Ce qui justifie le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Question 3

On considère les nombres complexes $z_1 = 2 e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$.

- $z_1 \times z_2 = \left(2 e^{i\frac{\pi}{3}}\right) \times \left(\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}\right) = 2\sqrt{2} e^{i\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)} = 2\sqrt{2} e^{i\frac{7\pi}{12}}$
- On en déduit que $z_1 \times z_2 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}\right)$.

Question 4

L'évolution de l'effectif de la population d'un pays, exprimé en millions d'habitants, est modélisée par la fonction f définie sur $[0; 40]$ comme suit : $f(t) = 10 e^{0,02t}$, où t correspond au nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} janvier 2020.

- Le 1^{er} janvier 2020 correspond à $t = 0$; $f(0) = 10 e^0 = 10$.

Donc le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1^{er} janvier 2020 est de 10 millions.

Le 1^{er} janvier 2021 correspond à $t = 1$; $f(1) = 10 e^{0,02} \approx 10,2$.

Donc le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1^{er} janvier 2021 est d'environ 10,2 millions.

- Pour déterminer l'année durant laquelle l'effectif de la population dépassera 20 millions d'habitants, on cherche la plus petite valeur de t pour laquelle $f(t) > 20$.

$$f(t) > 20 \iff 10 e^{0,02t} > 20 \iff e^{0,02t} > 2 \iff 0,02t > \ln(2) \iff t > \frac{\ln(2)}{0,02}$$

$\frac{\ln(2)}{0,02} \approx 34,66$ donc c'est au cours de la 34^e année, c'est-à-dire en 2054 que l'effectif dépassera 20 millions.