

exercice 1:

On a: $u_{10} = 10 \times r + u_0$

soit : $20 = 10 \times 3 + u_0 \Leftrightarrow u_0 = 20 - 30 = -10$

Ainsi, $u_n = n \times 3 - 10$ donc $u_{100} = 100 \times 3 - 10 = 290$

On a: $v_5 = (1,2)^5 \times v_0$

soit: $10 = (1,2)^5 \times v_0 \Leftrightarrow v_0 = \frac{10}{(1,2)^5} \simeq 4,02$

Ainsi, $v_n = (1,2)^n \times \frac{10}{(1,2)^5} = (1,2)^{n-5} \times 10$ donc $v_{10} = (1,2)^{10-5} \times 10$
 $= (1,2)^5 \times 10$
 $\simeq 24,88$

exercice 2:

on a: $r_{eq} = \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^2 - 1 \simeq 5,06\%$

on a: $r_{eq} = \left(1 + \frac{0,027}{4}\right)^4 - 1 \simeq 2,73\%$

on a: $r_{eq} = e^{0,085} - 1 \simeq 8,87\%$

exercice 3:

On a: $V_f = 1500 \times (1+0,05)^3$
 $= 1736,44 \text{ €}$

Les intérêts se montent donc à 236,44 €

On a: $V_a = 2000 \times (1+r)^6 = 2080 + 80$

donc $(1+r)^6 = \frac{2080}{2000}$ d'où $r = \left(\frac{2080}{2000}\right)^{1/6} - 1$
 $\simeq 0,66\%$

Le taux d'intérêt annuel est donc de 0,66%

c) On a: $2 = (1+0,08)^n$

donc $n = \frac{\ln 2}{\ln 1,08} \simeq 9,01$

Il faut donc un peu plus de 9 ans pour doubler son capital.

d) On a: $C \times ((1+0,06)^3 - 1) = 50$

donc $C = \frac{50}{1,06^3 - 1} \simeq 261,76 \text{ €}$

Il faut donc placer environ 261,76 €.

Exercice 4:

On a: $V_a = \frac{2000}{1+0,005} + \frac{2500}{(1,005)^2} + \frac{2500}{(1,005)^3} + \frac{3000}{1,005^4} + \frac{3000}{1,005^5} + \frac{D}{1,005^6} = 20000$

$\Leftrightarrow D = \left(20000 - \frac{2000}{1,005} - \frac{2500}{1,005^2} - \frac{2500}{1,005^3} - \frac{3000}{1,005^4} - \frac{3000}{1,005^5} \right) \times 1,005^6$

$\simeq 7423,91 \text{ €}$

Pierre doit donc verser à Paul 7423,91 € à la fin du sixième mois

Exercice 5:

a)
$$VAN(n) = -10000 + \sum_{i=1}^{10} \frac{1500}{(1+n)^i} = -10000 + \frac{1500 \times \frac{1 - 1/(1+n)^{10}}{1 - 1/(1+n)}}{n}$$

$$= -10000 + 1500 \times \frac{(1 - 1/(1+n)^{10})}{n}$$

b) Si $n = 5\%$, on a $VAN(0,05) = -10000 + 1500 \times \frac{(1 - 1/1,05^{10})}{0,05}$

$\simeq 1582,6 \text{ €}$

Donc $VAN(0,05) > 0$ Le projet est donc accepté.

c) On a:

$$VAN(r^*) = 0 \Leftrightarrow -10000 + 1500 \times \frac{(1 - \frac{1}{(1+r^*)^{10}})}{r^*} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1 - \frac{1}{(1+r^*)^{10}})}{r^*} = \frac{10000}{1500}$$

$$\Leftrightarrow 10 - 55r^* \approx \frac{10000}{1500} \text{ en utilisant } 1 - \frac{1}{(1+r^*)^{10}} \approx 10 - 55r^* \text{ (formule de Taylor)}$$

$$\Leftrightarrow r^* \approx \frac{5000}{1500 \times 55}$$

$$\Leftrightarrow r^* \approx 2/33 \\ \approx 6,06\%$$

Le TRI vaut donc environ 6,06%.

d) Comme $r_1 < r^*$, on accepte l'investissement.

Comme $r_2 > r^*$, le projet d'investissement est rejeté.

exercice 6:

$$\begin{aligned} \text{a) } VAN_A &= \frac{N_A}{(1+0,05)^5} + \sum_{i=1}^5 \frac{N_A \times R_A}{(1+0,05)^i} \\ &= \frac{100}{1,05^5} + \frac{6}{1,05} \times \frac{1 - 1/1,05^5}{1 - 1/1,05} \\ &\approx 104,33 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VAN_B &= \frac{N_B}{1,05^5} + \sum_{i=1}^4 \frac{N_B R_B}{1,05^i} \\ &= \frac{80}{1,05^4} + \frac{8}{1,05} \times \frac{1 - 1/1,05^4}{1 - 1/1,05} \\ &\approx 94,18 \text{ €} \end{aligned}$$

(4)

b) Il est donc intéressant d'acheter l'obligation A si

$$P_A \leq VAN_A \text{ c'est à dire si } P_A \leq 104,33 \text{ €}$$

exercice 7:

$$a) \quad VAN_1(r) = \frac{1000}{(1+r)} + \frac{1000}{(1+r)^2} + \frac{1000}{(1+r)^3}$$

$$VAN_2(r) = \frac{2000}{(1+r)^2} + \frac{800}{(1+r)^3}$$

$$\text{si } r = 0,05, \text{ on a: } VAN_1(0,05) = \frac{1000}{1,05} + \frac{1000}{1,05^2} + \frac{1000}{1,05^3} \\ \approx 2723,25$$

$$VAN_2(0,05) = \frac{2000}{1,05^2} + \frac{800}{1,05^3} \\ \approx 2505,13$$

Comme $VAN_2(0,05) < VAN_1(0,05)$, il faut donc choisir la méthode 2.

$$b) \quad VAN_1(r) = VAN_2(r)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1000}{1+r} + \frac{1000}{(1+r)^2} + \frac{1000}{(1+r)^3} = \frac{2000}{(1+r)^2} + \frac{800}{(1+r)^3}$$

$$\Leftrightarrow 1000 \times (1+r)^2 - 1000 \times (1+r) + 200 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5r^2 + 5r + 1 = 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 5 \times 1 = 5$$

$$r = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{5 \times 2} = -\frac{(5 \pm \sqrt{5})}{10} < 0 \text{ ou } \frac{5 - \sqrt{5}}{10} < 0 \text{ donc ces deux projets ne sont jamais équivalents}$$