

• Attention : labomep.sesamath.net
identifiant labomep incorrect !
 Format : nomdefamille.prenom

mail: olivier.jacomard@ac-nantes.fr
 Tel: 06 11 08 95 46

M'envoyer maintenant un SMS
 avec Prénom Nom "LTC"

1ère – Mathématiques du tronc commun

scolamath.wordpress.com

Polycopié de cours

Sommaire :

Automatisme 1 : Calculs de base.....	3
Automatisme 1, Cours n°1 : les nombres relatifs.....	3
Solutions du cours n°1.....	5
Automatisme 1, Cours n°2 : Les fractions.....	5
Solutions du cours n°2.....	7
Automatisme 1, Cours n°3 : Règles de calcul sur les puissances.....	8
Indications et résultats du cours n°3.....	10
FIN du cours n°3.....	10
Automatisme 1, Cours n°4 : Résoudre une équation du premier degré simple.....	10
Solutions du cours n°4.....	12
Fin du cours n°4.....	13
Automatisme 1, Cours n°5 : Réduire une expression littérale.....	13
Indications et résultats du cours n°5.....	14
Fin du cours n°5.....	14
Automatisme 1, Cours n°6 : Résoudre une équation du premier degré (niveau 2).....	14
Indications et résultats du cours n°6.....	15
Fin du cours n°6.....	16
Automatisme 1, Cours n°7 : Résoudre une inéquation du premier degré.....	16
Indications et résultats du cours n°7.....	17
Fin du cours n°7.....	18
Automatisme 1, Cours n°8 : Développer et réduire.....	18
Indications et résultats du cours n°8.....	21
Fin du cours n°8.....	21
Automatisme 1, Cours n°9 : Simplifier des fractions littérales.....	22
Indications et résultats du cours 9.....	22
Fin du cours n°9.....	23
Automatisme 2 : Pourcentages, Taux.....	24
Automatisme 2, Cours n°1 : Pourcentage et proportions.....	24
FIN du cours n°1.....	26
Automatisme 2, Cours n°2 : Taux d'évolution.....	26
FIN du cours n°2.....	28
Chapitre 3 : Suites.....	29
Chapitre 3, Cours n°1 : Qu'est-ce qu'une suite ?.....	29
Solutions du cours n°1.....	34
Fin du cours n°1.....	34
Chapitre 3, Cours n°2 : Suites arithmétiques et géométriques.....	35
Solutions du cours n°2.....	38
Fin du cours n°2.....	38
Automatisme 4 : Représentation graphique des fonctions.....	39
Automatisme 4, Cours n°1 : Image, Antécédents, Équations $f(x) = y$	40
Solutions du cours n°1.....	43
Automatisme 4, Cours n°2 : Inéquations et.....	43
Solutions du cours n°2.....	45
Automatisme 4, Cours n°3 : Croissance et décroissance.....	46

Solutions du cours n°3.....	47
Automatisme 4, Cours n°4 : Équations de droite.....	47
Indications et résultats du cours n°4.....	49
Fin du cours n°4.....	50
Automatisme 4, Cours n°5 : Déterminer graphiquement une équation de droite.....	51
Indications et résultats du cours n°5.....	53
Fin du cours n°5.....	53
Automatisme 4, Cours n°6 : Déterminer une équation de droite avec deux points.....	53
Indications et résultats du cours 6.....	54
Fin du cours n°6.....	54
Chapitre 5 : Dérivées.....	55
Chapitre 5, Cours n°1 : Taux de variation.....	55
FIN du cours n°1.....	57
Chapitre 5, Cours n°2 : Nombre dérivé.....	57
FIN du cours n°2.....	59
Chapitre 5, Cours n°3 : Formulaire.....	59
FIN du cours n°3.....	61
Chapitre 5, Cours n°4 : Dérivée et sens de variation.....	62
FIN du cours n°4.....	64
Chapitre 6 : Probabilités conditionnelles.....	65
Chapitre 6, Cours n°1 : Probabilités conditionnelles.....	65
FIN du cours n°1.....	67
Chapitre 6, Cours n°2 : Formule des probabilités totales.....	67
FIN du cours n°2.....	68
Chapitre 6, Cours n°3 : Évènements indépendants.....	69
FIN du cours n°3.....	69
Chapitre 7 : Exponentielle.....	70
Chapitre 7, Cours n°2 : Propriétés de l'exponentielle de base a.....	70
FIN du cours n°1.....	72
Chapitre 7, Cours n°2 : Taux moyen.....	72
FIN du cours n°2.....	72
Chapitre 8 : Statistiques à deux variables.....	73
Chapitre 8, Cours n°1 : Droite des moindres carrés.....	73
FIN du cours n°1.....	77

Automatisme 1 : Calculs de base

Automatisme 1, Cours n°1 : les nombres relatifs

A1.a - Savoir effectuer des calculs simples mettant en jeu des nombres relatifs.

A1.b - Savoir effectuer des calculs simples mettant en jeu les priorités opératoires.

Propriété 1. Écriture simplifiée

Dans l'écriture simplifiée :

- Pour obtenir l'opposé d'un nombre, il suffit de changer son *signe*...

- les soustractions sont transformées en addition de *l'opposé* :

$$(-a) - (-b) - (c) + \dots = (-a) + (+b) + (-c) + \dots = \dots$$

- les additions peuvent ne pas être écrites : $(-a) + (-b) + (c) + \dots = -a - b + c + \dots$

Exemple 1. (rappel : calculatrice interdite)

Simplifier l'écriture de l'expression suivante (a, b, c, d et e sont des nombres quelconques) :

$$A = -(-4b) + 5a - (-7c) + (-9d) - (e)$$

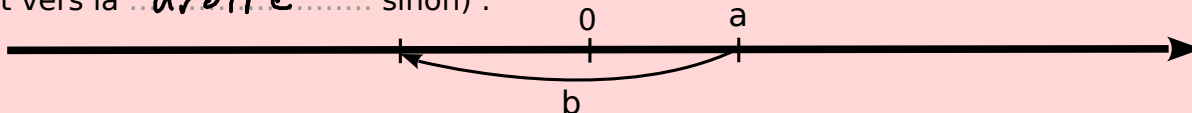
$$A = +4b + 5a + 7c - 9d + (-e)$$

$$A = 4b + 5a + 7c - 9d - e$$

$-(-) \rightarrow +$
 $-(+) \rightarrow -$
 $+(-) \rightarrow -$
 $++ \rightarrow +$

Propriété 2. Addition de nombres relatifs

Additionner un nombre relatif b à un nombre a , c'est se déplacer à partir de la graduation a *de la quantité b* (vers la *gauche* si b est négatif, et vers la *droite* sinon) :



Exemple 2. (rappel : calculatrice interdite)

Calculer :

$$A = -2 - 6$$

$$A = -8$$

$$B = -8 - (-4)$$

$$B = -8 + 4$$

$$B = -4$$

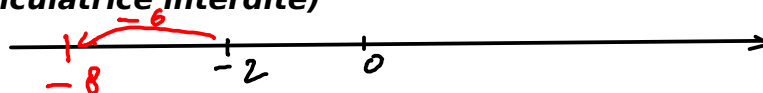
$$C = -7 - (4)$$

$$C = -7 - 4$$

$$C = -11$$

$$D = -5 + 7$$

$$D = +2$$



$$E = 7 - (-9)$$

$$E = 7 + 9$$

$$E = 16$$

$$F = 2 - (9)$$

$$F = 2 - 9$$

$$F = -7$$

Propriété 3. Produit de nombres relatifs

Le produit (résultat d'une multiplication) ou le quotient (résultat d'une division) de deux nombres de même signe est positif.

Le produit ou le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif.

Exemple 3. (rappel : calculatrice interdite)

$$A = (-3) \times (-5)$$

$$A = +15$$

$$B = (-7) \times 7$$

$$B = -49$$

$$C = 3 \times (-5)$$

$$C = -15$$

$$D = \frac{-3}{5}$$

$$D = -\frac{3}{5}$$

$$E = \frac{-3}{-5}$$

$$E = +\frac{3}{5}$$

$$F = \frac{3}{-5}$$

$$F = -\frac{3}{5}$$

Propriété 4. Priorités opératoires

Dans un calcul, on effectue dans cet ordre :

~ les calculs entre parenthèses.

~ toutes les fonctions : puissances, sinus, cosinus, ... de gauche à droite

~ toutes les multiplications et les divisions, de gauche à droite

~ toutes les additions et les soustractions, de gauche à droite.

$$"2 \times 3^2" = 2 \times \underline{9} = 18$$

$$6 \div 2 \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

Exemple 4. (rappel : calculatrice interdite)

$$A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 20 \div 2 \times 5)$$

$$A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 10 \times 5)$$

$$A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 50)$$

$$A = -6 \times 5 + 7 \times (-44)$$

$$A = -30 + 7 \times (-44)$$

$$A = -30 - 308$$

$$A = -338$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 7 \\ \hline 308 \end{array}$$

Solutions du cours n°1

Propriété n°1 : (dans le désordre) $-a+(b)+(-c)+\dots$; $-a+b-c+\dots$; $-a-b+c+\dots$; signe ; l'opposé

Exemple n°1 : $A=-(-4b)+5a-(-7c)+(-9d)-(-e)$; $A=(4b)+5a+(7c)+(-9d)+(-e)$; $A=4b+5a+7c-9d-e$

Propriété n°2 : (dans le désordre) de la quantité b ; droite ; gauche

Exemple n°2 : (résultats, dans le désordre) -11 ; -8 ; -4 ; -7 ; 16 ; 2

Propriété n°3 : (dans le désordre) multiplication ; négatif ; addition ; positif

Exemple n°3 : (résultats, dans le désordre) -49 ; 15 ; $-\frac{3}{5}$; -15 ; $-\frac{3}{5}$; $\frac{3}{5}$

Propriété n°4 : (dans le désordre) gauche ; droite ; divisions ; additions ; puissances ; cosinus ; multiplications ; sinus ; gauche ; droite ; soustractions

Exemple n°4 : $A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 20 \div 2 \times 5)$; $A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 10 \times 5)$; $A = -6 \times 5 + 7 \times (6 - 50)$; $A = -6 \times 5 + 7 \times (-44)$; $A = -30 + 7 \times (-44)$; $A = -30 - 308$; $A = -338$

Automatisme 1, Cours n°2 : Les fractions

A1.c - Savoir effectuer des calculs simples mettant en jeu des fractions.

Propriété 1. Critères de divisibilité

1. Un nombre est divisible par 2 si
il se termine par 0, 2, 4, 6, ou 8
2. Un nombre est divisible par 3 si
la somme de ses chiffres est un multiple de 3
3. Un nombre est divisible par 5 si
il se termine par 0 ou 5
4. Un nombre est divisible par 9 si
la somme de ses chiffres est un multiple de 9

Exemple 1.

Voici des nombres : 648 ; 765 ; 900 ; 310. Indiquez ceux qui sont divisibles par :

- a. 2 : 648 ; 900 ; 310
- b. 3 : 648 ($6+4+8=18$) ; 765 ($7+6+5=18$) ; 900 ($9+0+0=9$)
- c. 5 : 900 ; 310
- d. 9 : 648 ; 765 ; 900

Propriété 2. Simplification de fractions

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$$

$$\begin{array}{r} 3,0 : 4 \\ -0,0 \\ \hline 30 \\ -28 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 0,75 \end{array}$$

1. Une fraction est le résultat d'une division

$$\frac{3}{7}$$

$$\begin{array}{r}
 3,0 \quad | \quad 7 \\
 -0 \\
 \hline
 \rightarrow 30 \\
 -28 \\
 \hline
 20 \\
 -14 \\
 \hline
 60 \\
 -56 \\
 \hline
 40 \\
 -35 \\
 \hline
 50 \\
 -49 \\
 \hline
 10 \\
 -7 \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

- Deux fractions sont égales si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant en haut et en bas par le même nombre.
- Une fraction est dite simplifiée si si on ne peut plus diviser le haut et le bas de la fraction par un même nombre (une fraction est toujours composée de deux nombres entiers).

Exemple 2.

Simplifier chacune des fractions suivantes :

$$A = \frac{-21}{35}, B = \frac{42}{-66}$$

$$A = \frac{-21}{35} = \frac{-21 \div 7}{35 \div 7} = \frac{-3}{5} ; B = \frac{42}{-66} = \frac{42 \div 2}{-66 \div 2} = \frac{21}{-33} = \frac{21 \div 3}{-33 \div 3} = \frac{7}{-11}$$

Propriété 3. Opérations et fractions

$$3 + \frac{2}{7} = \frac{3}{1} + \frac{2}{7} = \frac{3 \times 7 + 2 \times 1}{1 \times 7} = \frac{23}{7}$$

- Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut d'abord les

mettre au même dénominateur (= nombre du bas)

puis additionner les numérateurs (= nombres du haut)

- Pour additionner ou soustraire un nombre entier et une fraction, on met ce nombre entier sous la forme d'une fraction sur 1, et on applique la règle précédente.

- Pour multiplier deux fractions, il suffit de

multiplier les numérateurs entre eux et de multiplier les dénominateurs entre eux $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7}$

- L'inverse de la fraction $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$

- Pour diviser une première fraction $\frac{a}{b}$ par une deuxième fraction $\frac{c}{d}$, il faut multiplier la première fraction $\frac{a}{b}$ par $\frac{d}{c}$

6. Fraction et signes : $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$, $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

Exemple 3.

Calculer chacune des expressions suivantes (on demande un résultat simplifié à chaque fois) :

$$C = \frac{-9}{-2} + \frac{-5}{-6}, D = \frac{5}{-3} \times \frac{3}{-8}, E = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{-7}{4}}, \text{ et } F = \frac{\frac{-6}{-3} + \frac{8}{-5}}{\frac{3}{-7} - \frac{8}{-3}}$$

$$C = \frac{-9 \times (-6)}{-2 \times (-6)} + \frac{(-5) \times (-2)}{(-6) \times (-2)} = \frac{54 + 10}{12} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$$

$$D = \frac{5 \times 3}{(-3) \times (-8)} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$E = \frac{2}{5} \div \frac{-7}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{-7} = \frac{8}{-35} = -\frac{8}{35}$$

$$F = \frac{\frac{3 \times (-3)}{-7 \times (-3)} - \frac{8 \times (-7)}{-3 \times (-7)}}{\frac{3 \times (-3)}{-7 \times (-3)} - \frac{8 \times (-7)}{-3 \times (-7)}} = \frac{\frac{-9}{21} - \frac{-56}{21}}{\frac{-9}{21} - \frac{-56}{21}} = \frac{\frac{-9 + 56}{21}}{\frac{-9 + 56}{21}} = \frac{47}{47} = 1$$

$$F = \frac{6 \times 21}{15 \times 47} = \frac{2 \times 21}{5 \times 47} = \frac{42}{235}$$

Solutions du cours n°2

Propriété n°1 : (dans le désordre) la somme (résultat de l'addition) de ses chiffres est dans la table de 3 ; son chiffre des unités est 0 ou 5 ; son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ; la somme de ses chiffres est dans la table de 9

Exemple n°1 : (dans le désordre) 648, 900 et 310 ; 765, 900 et 310 ; 648, 765 et 900 ; 648, 765 et 900

Propriété n°2 : (dans le désordre) on passe de l'une à l'autre en multipliant le haut et le bas par le même nombre ; il n'y a pas d'autre fraction égale dont le numérateur est plus petit ; division

Exemple n°2 : (dans le désordre) : $-\frac{3}{5}$; $-\frac{7}{11}$

labomep.sesamath.net

Propriété n°3 : (dans le désordre) $\frac{a}{b}$; mettre au même dénominateur en multipliant le

haut et le bas de chaque fraction par un même nombre ; $\frac{b}{a}$; 1 ; $\frac{d}{c}$; multiplier les

numérateurs (haut) entre eux et les dénominateurs entre eux (bas) ; $-\frac{a}{b}$; $-\frac{a}{b}$

Exemple n°3 : (dans le désordre) : $\frac{5}{8}$; $\frac{42}{235}$; $\frac{16}{3}$; $-\frac{8}{35}$

Pour Vendredi 6 octobre {Entr. 3

Automatisme 1, Cours n°3 : Règles de calcul sur les puissances

A1.d - Savoir utiliser les règles de calcul sur les puissances.

A1.e - Savoir mettre en écriture scientifique.

Définition 1. : Puissances

Soit a un nombre réel non nul et n un entier. Alors :

- pour $n \geq 2$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$, avec n ... facteurs... égaux à " a "
- $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81.$$

(≠ -4) (≠ 12!)

Propriété 1. : Calculs sur les puissances

Soient a et b deux nombres réels non nuls. Soient n et p deux entiers relatifs. Alors :

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \text{ et } a^{n+p} = a^n \times a^p.$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \text{ et } a^{n-p} = \frac{a^n}{a^p}.$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p} \text{ et } a^{n \times p} = (a^n)^p.$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \text{ et } a^n \times b^n = (a \times b)^n.$$

$$3^{4+7} = 3^4 \times 3^7$$

$$3^4 \times 3^7 = 3^{4+7} = 3^{11}$$

$$\frac{3^4}{3^7} = 3^{4-7} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

Exemple 1.

Donner la valeur décimale des nombres suivants :

$$10^5 ; 10^{-2} ; 3^2 ; 2^{-2}$$

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$= \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

Exemple 2.

Écrire les nombres suivants sous la forme a^n , a étant un nombre décimal quelconque :

$$A = (-5)^{175} \times (-5)^{-114} = (-5)^{175 + (-114)} = (-5)^{61}$$

$$B = 10^{-141} \times 10^{183} = 10^{-141 + 183} = 10^{42}$$

$$C = 8^{-230} \times (-1)^{-230} = (-8)^{-230}$$

$$D = \frac{10^{102}}{10^{-114}} = 10^{102 - (-114)} = 10^{102 + 114} = 10^{216}$$

$$E = (4^4)^{-7} = 4^{4 \times (-7)} = 4^{-28}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ - 114 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} +183 \\ -141 \quad 0 \quad 42 \end{array}$$

$$F = 3^{2^3} = 3^{2 \times 2 \times 2} = 3^8$$

$$G = (4^2)^4 = 4^{2 \times 4} = 4^8$$

⚠ $(3^2)^3 \neq 3^{2^3}$
 $= 3^6 \neq 3^8$

Exemple 3.

Effectuer les calculs, en donnant le résultat sous forme décimale :

$$H = 4^2 \times 2^{-1} = 16 \times \frac{1}{2} = 8$$

$$I = 3^2 + 5^{-1}$$

$$J = 8^{-6-3 \times (-2)}$$

prendre la moitié de : $\frac{1}{2}$.

diviser par 5, c'est diviser par 10 puis multiplier par 2

$$9 + \frac{1}{5} = 9 + 0,2 = 9,2$$

$$8^{-6+6} = 8^0 = 1$$

Définition 2. : écriture scientifique

Écrire un nombre sous forme scientifique c'est l'écrire sous la forme du produit d'un nombre décimal et d'une puissance de 10, le nombre décimal étant compris entre 1 et 10 exclu.

A2.b - Savoir mettre en écriture scientifique.

Exemple 4.

1. Écrire les nombres suivants sous forme décimale :

$$K = +7,351 \times 10^{+0} = 7,351$$

$$L = -5,668 \times 10^{+4} = -56680$$

2. Écrire les nombres suivants en écriture scientifique :

$$M = 0,008 = 8 \times 10^{-3}$$

$$N = 1832$$

$$O = 0,005 \times 10^{+7}$$

$$P = 9003 \times 10^{-9}$$

Lire à l'envers!

$$= 1,832 \times 10^3$$

$$= 5 \times 10^{-3} \times 10^7 = 5 \times 10^{-3+7} = 5 \times 10^4$$

$$\begin{array}{l} 0,005 \\ 5 \times 0,001 \\ 5 \times 10^{-3} \end{array}$$

$$P = 9,003 \times 10^3 \times 10^{-9} = 9,003 \times 10^{3+(-9)}$$

$$P = 9,003 \times 10^{-6}$$

Indications et résultats du cours n°3

Définition n° 1 : (dans le désordre) a^n ; a ; 1 ; 1 ; facteurs ; $a \times a \times \dots \times a \times a$; a

Propriété n°1 : (dans le désordre) a^{n+p} ; $a^n \times b^n$; $a^{n \times p}$; a^{n-p} ; $a^n \times b^n$; $a^{n \times p}$; a^{n+p} ; a^{n-p}

Exemple n°1 : (dans le désordre) 9 ; 0,01 ; 100000 ; 0,25

Exemple n°2 : (dans le désordre) 3^8 ; $(-8)^{-230}$; 10^{216} ; 4^8 ; $(-5)^{61}$; 4^{-28} ; 10^{42}

Exemple n°3 : (dans le désordre) 9,2 ; 1 ; 8

Exemple n°4 : (dans le désordre) 7,351 ; $9,003 \times 10^{-6}$; 5×10^4 ; $1,832 \times 10^3$; 8×10^{-3} ; -56680

FIN du cours n°3

Automatisme 1, Cours n°4 : Résoudre une équation du premier degré simple

A1.f - Savoir résoudre une équation du premier degré, niveau 1.

A1.g - Savoir si un nombre est solution ou pas.

Définition 1. Résoudre une équation, solutions, équations équivalentes

1. Résoudre une équation d'inconnue x de la forme $A(x) = B(x)$, c'est déterminer TOUTES..... les valeurs de x pour lesquelles l'égalité $A(x) = B(x)$ est vraie.....
2. On appelle l'ensemble de toutes ces valeurs l'ensemble des solutions.....
3. Deux équations sont dites équivalentes..... si elles ont le même..... ensemble de solutions.....

Propriété 1. Opérations autorisées sur les équations

1. Si on ajoute ou si on soustrait une même..... quantité ou formule aux deux côtés d'une équation, on obtient une équation équivalente..... (c'est à dire qui a les mêmes solutions.....).
2. Si on multiplie ou si on divise les deux côtés d'une équation par un même..... nombre non nul....., on obtient une équation équivalente..... (c'est à dire qui a les mêmes solutions.....).

Propriété 2. Méthodes de résolution avec des inconnues « x » d'un seul côté

1. Méthode 1 : détricotage : S'il n'y a des inconnues « x » que d'un côté, on peut « **détricotage** » le programme de calcul que décrit la formule :

Exemple : $4x - 7 = 3$

A gauche, « $4x - 7$ » veut dire : choisir un nombre, le multiplier..... par 4,

$$\begin{array}{lcl}
 ax + b = c & \text{ou} & c = ax + b \\
 \downarrow \times 4 & & \uparrow \div 4 \\
 4x = 10 & & \\
 \downarrow - 7 & & \uparrow + 7 \\
 4x - 7 = 3 & &
 \end{array}$$

Sous-traire 7.

Pour « détricoter », on commence par la fin et on fait les opérations contraires :

..... additionner 7, diviser le résultat par 4.

On effectue ce programme de calcul de « détricotage » sur le côté droit :

..... additionner 7 à 3 donne 10
..... diviser 10 par 4 .. donne $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

2. Méthode n°2 : la balance. Plus efficace dans le cas général, elle consiste à considérer l'équation comme l'équilibre d'une balance à deux plateaux et effectuer les mêmes opérations de chaque côté, de façon à finir par obtenir l'inconnue « x » toute seule d'un côté :

Exemple : $4x - 7 = 3$

$$\begin{array}{l} 4x - 7 = 3 \\ \xrightarrow{+7} 4x - 7 + 7 = 3 + 7 \xrightarrow{+7} \\ 4x = 10 \\ \xrightarrow{\div 4} \frac{4 \times x}{4} = \frac{10}{4} \xrightarrow{\div 4} \\ x = \frac{10}{4} \\ x = \frac{5}{2} \end{array}$$

3. Toujours conclure : L'équation a pour solution $\frac{5}{2}$.

Propriété 3. Solution ou pas ?

1. Un nombre s est solution d'une équation d'inconnue x de la forme $A(x) = B(x)$ si $A(s) = B(s)$

Exemple : -2 est-il solution de $(-x - 2)(-5x + 3) = 0$?

Si $x = -2$, $(-x - 2)(-5x + 3) = (-(-2) - 2) \times (-5 \times (-2) + 3) = (+2 - 2) \times (10 + 3) = 0 \times 13 = 0$! si $x = -2$ alors $-x = -(-2) = +2$

Donc -2 est solution de cette équation.

2. L'équation $0 \times x = 0$ a pour solution l'ensemble de tous les nombres : $\mathbb{R}$

3. L'équation $0 \times x = a$ où a est un nombre différent de 0, a pour solution l'ensemble vide : $\emptyset$

Exemple 1. Calculatrice INTERDITE

Résoudre les équations suivantes :

$\neq$: "différent de"
 $(x-3)^2 > 0$: solution : $\mathbb{R} \setminus \{3\}$
tous les nombres x tels que $x \neq 3$

a. $-9x - 2 = 0$

b. $0 = 4x - 7$

c. $-9x + 1 = 5$

d. $6 = 4x - 9$

a. $-9x - 2 = 0$
 $+2$
 $-9x = 2$
 $\div (-9)$
 $x = -\frac{2}{9}$
 La solution de cette équation est $-\frac{2}{9}$

b. $0 = 4x - 7$
 $+7$
 $7 = 4x$
 $\div 4$
 $\frac{7}{4} = x$
 La solution de cette équation est $\frac{7}{4}$.

c. $-9x + 1 = 5$
 -1
 $-9x = 4$
 $\div (-9)$
 $x = -\frac{4}{9}$
 La solution de cette équation est $-\frac{4}{9}$

d. $6 = 4x - 9$
 $+9$
 $15 = 4x$
 $\div 4$
 $\frac{15}{4} = x$
 La solution de cette équation est $\frac{15}{4}$

Exemple 2. Calculatrice **INTERDITE**

a. 1 est-il solution de $(-x+1)(6x+4)=0$?

b. -2 est-il solution de $(-x+2)(-5x-3)=0$

c. Résoudre l'équation $0x=0$

d. Résoudre l'équation $0x=-9$

a. Si $x=1$, $(-x+1)(6x+4) = (-1+1)(6 \times 1 + 4) = 0 \times (10) = 0$
 Donc 1 est solution de cette équation.
 b. Si $x=-2$, $(-x+2)(-5x-3) = (-(-2)+2)(-5 \times (-2)-3) = 4 \times 7 = 28 \neq 0$
 Donc -2 n'est pas solution de cette équation.
 c. La solution de cette équation est l'ensemble de tous les nombres: $\mathbb{R}$
 d. Cette équation a pour solution l'ensemble vide: $\emptyset$.

Solutions du cours n°4

Définition n°1 : (dans le désordre) - solutions ; même ; toutes ; équivalentes ; vraie ; solutions

Propriété n°1 : (dans le désordre) - équivalente ; même ; solutions ; solutions ; non nul ($\neq 0$) ; équivalente ; même

Propriété n°2 : (dans le désordre) - $4x$; 10 ; diviser ; multiplier ; additionner ; diviser ;

balance ; 10 ; 4 ; 4 ; conclure ; additionner ; $\frac{10}{4}$; x ; plateaux ; équilibre ; 7 ; 10 ; $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; 4 ;

solution ; 7 ; mêmes ; soustraire ; 7

Propriété n°3 : (dans le désordre) - $\times$; $\times$; tous les nombres qui existent ; 10 ; -2 est solution de cette équation ; 0 ; n'a pas de nombres solutions ; 13 ; +2 ; 0 ; -2 ; -2 ; $\times$; $A(s) = B(s)$; $\times$

Exemple n°1 : a. $-9x - 2 = 0$, donc $-9x = 2$, donc $x = -\frac{2}{9}$ - La solution de cette équation est donc $-\frac{2}{9}$. b. $0 = 4x - 7$, donc $7 = 4x$, donc $\frac{7}{4} = x$ - La solution de cette équation est donc $\frac{7}{4}$. c. $-9x + 1 = 5$, donc $-9x = 4$, donc $x = -\frac{4}{9}$ - La solution de cette équation est donc $-\frac{4}{9}$. d. $6 = 4x - 9$, donc $15 = 4x$, donc $\frac{15}{4} = x$ - La solution de cette équation est donc $\frac{15}{4}$.

Exemple n°2 : a. Si $x = 1$, en remplaçant x par cette valeur dans l'équation, on obtient : $(-1+1)(6 \times 1 + 4) = 0 \times (6+4) = 0 \times 10 = 0$. Donc 1 est bien solution de cette équation. b. Si $x = -2$, en remplaçant x par cette valeur dans l'équation, on obtient : $(-(-2)+2)(-5 \times (-2) - 3) = (2+2)(10-3) = 4 \times 7 = 28 \neq 0$. Donc -2 n'est pas solution de cette équation. c. Tous les nombres sont solutions. d. Aucun nombre n'est solution.

Fin du cours n°4

Automatisme 1, Cours n°5 : Réduire une expression littérale

A1.h - Savoir réduire une expression.

Définition 1. Réduire une expression

Prochaine séance: Interrogation I1.3
(vendredi 20) • A rendre: Entraînement I1.5

Réduire une expression littérale, c'est regrouper..... les termes de même puissance de chaque variable.

Exemple : Réduire l'expression suivante :

$$A = 4x^2 - 7x + 3y - 4 - 7x^2 - 9y + 11x + 9$$

1. On regroupe par variable et on ordonne par puissance :

$$A = 4x^2 - 7x^2 - 7x + 11x + 3y - 9y - 4 + 9$$

2. On additionne les termes de même puissance :

$$A = -3x^2 + 4x - 6y + 5$$

Exemple 1. Calculatrice **INTERDITE**

Réduire les expressions suivantes :

a. $A = 9x^2 - 6x + 3 - 7x^2 - 4x - 4$

b. $A = -3x^2 + 6x - 8 - 4x^2 + 2x - 8$

c. $A = -7x^2 - 6y + 4x - 9 + 7x^2 - 5y - 7x - 2$

d. $A = -5x^2 - 3y^2 - 8y - 2x + 2 - 9y^2 + 4x^2 + 6y + 2x + 5$

a. $A = 9x^2 - 6x + 3 - 7x^2 - 4x - 4 = 9x^2 - 7x^2 - 6x - 4x + 3 - 4 = 2x^2 - 10x - 1$

b. $A = -3x^2 + 6x - 8 - 4x^2 + 2x - 8 = -3x^2 - 4x^2 + 6x + 2x - 8 - 8 = -7x^2 + 8x - 16$

c. $A = -7x^2 - 6y + 4x - 9 + 7x^2 - 5y - 7x - 2 = -6y - 5y + 4x - 7x - 9 - 2 = -11y - 3x - 11$

d. $A = -5x^2 - 3y^2 - 8y - 2x + 2 - 9y^2 + 4x^2 + 6y + 2x + 5 = -5x^2 + 4x^2 - 3y^2 - 9y^2 - 8y + 6y + 2x + 5 = -x^2 - 12y^2 - 2y + 7$

Indications et résultats du cours n°5

Définition n°1 : (dans le désordre) $+3x^2 + 4x - 6y + 5$; regrouper ; $4x^2 - 7x^2 - 7x + 11x \dots$

Exemple n°1 : (dans le désordre) $2x^2 - 10x - 1$; $-3x - 11y - 11$; $-x^2 - 12y^2 - 2y + 7$; $-7x^2 + 8x - 16$

Fin du cours n°5

Automatisme 1, Cours n°6 : Résoudre une équation du premier degré (niveau 2)

A1.i - Savoir résoudre une équation du premier degré, niveau 2.

Propriété 1. Méthodes de résolution avec des inconnues « x » des deux côtés

La seule méthode utilisable est la balance. Elle consiste à considérer l'équation comme l'équilibre d'une balance à deux plateaux, et effectuer les mêmes opérations de chaque côté, de façon à finir par obtenir l'inconnue « x » toute seule d'un côté (on se ramène à la situation du cours n°1) :

Exemple : $4x - 7 = 11x + 5$

$$\begin{aligned}
 4x - 7 &= 11x + 5 \\
 \text{(-11x)} \quad 4x - 7 - 11x &= 11x + 5 - 11x \quad \text{(-11x)} \\
 -7x - 7 &= 5 \\
 \text{(+7)} \quad -7x - 7 + 7 &= 5 + 7 \quad \text{(+7)} \\
 -7x &= 12 \\
 \text{(:(-7))} \quad \frac{-7x}{-7} &= \frac{12}{-7} \quad \text{(:(-7))} \\
 x &= -\frac{12}{7}
 \end{aligned}$$

LES 2 CAS PARTICULIERS:

- L'équation $0x = 0$ a pour solution tous les nombres ($= \mathbb{R}$)
- L'équation $0x = a$ avec $a \neq 0$ a pour solution l'ensemble vide ($= \emptyset$)

Toujours conclure : L'équation a pour solution $-\frac{12}{7}$.

Exemple 1. Calculatrice **INTERDITE**

Résoudre les équations suivantes :

a. $-9x + 5 = -4x - 4$

b. $-5x - 6 = 5x + 7$

c. $2x - 7 = -7x + 6$

a. $-9x + 5 = -4x - 4$
 $-9x = -4x - 9$
 $-9x + 4x = -9$
 $-5x = -9$
 $x = \frac{-9}{-5}$
 $x = \frac{9}{5}$

La solution de cette équation est $\frac{9}{5}$

b. $-5x - 6 = 5x + 7$
 $-5x - 13 = 5x$
 $-13 = 10x$
 $-\frac{13}{10} = \frac{10x}{10}$
 $-\frac{13}{10} = x$

La solution de cette équation est $-\frac{13}{10}$

c. $2x - 7 = -7x + 6$
 $2x - 13 = -7x$
 $-13 = -9x$

$-13 = -9x$
 $\frac{-13}{-9} = x$
 $x = \frac{13}{9}$

La solution de cette équation est $\frac{13}{9}$

Exemple 2. Calculatrice INTERDITE

Résoudre les équations suivantes :

a. $6x - 2 = 6x - 2$

b. $-8x - 6 = -8x - 2$

a. $6x - 2 = 6x - 2$
 $6x = 6x$
 $0x = 0$
 Cette équation a pour solution tous les nombres ($\mathbb{R}$)

b. $-8x - 6 = -8x - 2$
 $-8x = -8x + 4$
 $0x = 4$
 Cette équation a pour solution l'ensemble vide

Entraînement du cours 6 pour Vendredi 10 nov.

Indications et résultats du cours n°6

Propriété n°1 : (dans le désordre) - même ; balance ; équilibre ; $11x$; $-7x = 12$; conclure ; 7 ; plateaux ; solution ; $-7x - 7 = 5$

Exemple n°1 : a. $\frac{9}{5}$ b. $-\frac{13}{10}$ c. $\frac{13}{9}$

Exemple n°2 : (dans le désordre) : Une équation sans solution et une équation avec tous les nombres existants comme solutions.

Automatisme 1, Cours n°7 : Résoudre une inéquation du premier degré

A1.j - Savoir résoudre une inéquation du premier degré

Définition 1. Symboles $<$, $>$, $\leq$ et $\geq$

« $<$ » veut dire « strictement plus petit que » ou « strictement inférieur à » $2 < 2$: Faux

« $\leq$ » veut dire « plus petit ou égal à » ou « inférieur ou égal à » $2 \leq 2$: vrai

« $>$ » veut dire « strictement plus grand que » ou « strictement supérieur à »

« $\geq$ » veut dire « plus grand ou égal à » ou « supérieur ou égal à »

Définition 2. Visualisation des solutions d'une inégalité

$x < a$ signifie « Tous les nombres strictement plus petits que a » et correspond à l'intervalle $] -\infty ; a[$

$x > a$ signifie « Tous les nombres strictement plus grands que a » et correspond à l'intervalle $] a ; +\infty [$

$x \leq a$ signifie « Tous les nombres plus petits ou égaux à a » et correspond à l'intervalle $] -\infty ; a]$

$x \geq a$ signifie « Tous les nombres plus grands ou égaux à a » et correspond à l'intervalle $] a ; +\infty [$

Propriété 1. Méthodes de résolution d'une inéquation

On utilise là aussi la méthode de la balance.

ATTENTION, DANGER ! Quand on divise ou que l'on multiplie par un nombre negatif (non nul), on doit INVERSER le sens de l'inégalité :

Exemple : $4x - 7 < 11x + 5$

$$\begin{array}{lcl}
 4x - 7 < 11x + 5 & & \\
 \textcircled{-11x} \curvearrowright 4x - 7 \boxed{-11x} < 11x + 5 \boxed{-11x} & \textcircled{-11x} & \\
 -7x - 7 < 5 & & \\
 \textcircled{+7} \curvearrowright -7x - 7 \boxed{+7} < 5 \boxed{+7} & \textcircled{+7} &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2 < 3 \\
 -2 > -3
 \end{array}$$

Toujours cancelé : L'équation a pour solution l'intervalle I_3
 $I_3 =]-\frac{12}{7}; +\infty[$

17

Propriété n°1 : (dans le désordre) - conclure ; -7 ; 7 ; $11x$; négatif ; divise ; $>$; $>$; solution ; $\left]-\frac{12}{7}; +\infty\right[$; $-7x-7 < 5$; $-7x < 12$; multiplie

Exemple n°1 : a. $]-9; +\infty[$ b. $\left]-\infty; \frac{5}{2}\right[$ c. $\left[\frac{1}{8}; +\infty\right[$ d. $]-\infty; 0]$

Fin du cours n°7

Automatisme 1, Cours n°8 : Développer et réduire

A1.k - Savoir développer et réduire, notamment en utilisant la règle du signe - devant parenthèses, la double-distributivité, et les trois égalités remarquables.

Définition 1. Expression développée

(cours n°8)

Une expression est développée si elle ne contient plus de parenthèses.

Exemple : $4x + 3x - 2$ est développée. $4x(3x - 2)$ n'est pas développée.

Propriété 1. Simple distributivité

Vendredi 17 : Uniquement les repasser
Entraînement 1.7 pour Vendredi 17

La formule de distributivité simple : $k(a + b) = ka + kb$

De gauche à droite : on développe.

(De droite à gauche : on factorise)

Exemple de développement :

$$4x(3x - 2) = 4x \times 3x - 4x \times 2 = 4 \times x \times 3 \times x - 4 \times x \times 2 = 12x^2 - 8x$$

Propriété 2. Double-distributivité

La formule de double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

De gauche à droite : on développe.

(De droite à gauche : on factorise)

Exemple de développement :

$$A = (4x + 3)(3x - 2) = 4x \times 3x - 4x \times 2 + 3 \times 3x - 3 \times 2$$

$$A = 4 \times x \times 3 \times x - 4 \times x \times 2 + 3 \times 3 \times x - 3 \times 2 = 12 \times x \times x - 8 \times x + 9 \times x - 6$$

$$A = 12x^2 - 8x + 9x - 6 = 12x^2 + x - 6$$

Propriété 3. Les trois égalités remarquables

$$1. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

De gauche à droite : on d. éveloppe.....

(De droite à gauche : on f. ackrise.....)

Exemple d'utilisation :

$$A = (4x + 3)^2 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + (3)^2 = 4 \times x \times 4 \times x + 2 \times 4 \times x \times 3 + 3 \times 3 = 16x^2 + 24x + 9$$

$$B = (4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + (3)^2 = 4 \times x \times 4 \times x - 2 \times 4 \times x \times 3 + 3 \times 3 = 16x^2 - 24x + 9$$

$$C = (4x + 3)(4x - 3) = (4x)^2 - (3)^2 = 4 \times x \times 4 \times x - 3 \times 3 = 16x^2 - 9$$

Propriété 4. Signe - devant parenthèse

- Soustraire une somme ou différence de termes revient à ... additionner... les ... opposés... de ... chacun... de ces termes.

Ou encore

Soustraire une somme ou différence de termes revient à ... multiplier... chacun... de ces termes par ... 1

Exemple :

$$4x - 3 - (-5x - 7 + 6x^2) = 4x - 3 + 5x + 7 - 6x^2 = 9x + 4 - 6x^2$$

Exemple :

$$4x - 3 - (+5x - 7 + 6x^2) = 4x - 3 - 5x + 7 - 6x^2 = -x + 4 - 6x^2$$

Exemple 1.

a) Développer et réduire si nécessaire :

$$A = 6(2 - 7r)$$

$$A = 6 \times 2 - 6 \times 7r$$

$$A = 12 - 42r$$

b) Développer et réduire si nécessaire :

$$B = w(8w - 5)$$

$$B = w \times 8w - w \times 5 = \underline{8w^2 - 5w}$$

c) Développer et réduire si nécessaire :

$$C = 3f(4 - 5f)$$

$$C = 3f \times 4 - 3f \times 5f = \underline{12f - 15f^2}$$

d) Développer et réduire si nécessaire :

$$D = (7 - 6s)(8 + 6s)$$

$$\begin{aligned} D &= 7 \times 8 + 7 \times 6s - 6s \times 8 - 6s \times 6s \\ D &= 56 + 42s - 48s - 36s^2 \\ D &= \underline{56 - 6s - 36s^2} \end{aligned}$$

e) Développer et réduire si nécessaire :

$$E = (-2x + 7)(5x - 3) - (-2x + 8)(7x + 3)$$

$$\begin{aligned} E &= -2x \times 5x + 2x \times 3 + 7 \times 5x - 7 \times 3 - [-2x \times 7x - 2x \times 3 + 8 \times 7x + 8 \times 3] \\ E &= -10x^2 + 6x + 35x - 21 - [-14x^2 - 6x + 56x + 24] \\ E &= -10x^2 + 41x - 21 - [-14x^2 + 50x + 24] \\ E &= -10x^2 + 41x - 21 + 14x^2 - 50x - 24 \\ E &= \underline{4x^2 - 9x - 45} \end{aligned}$$

f) Développer et réduire si nécessaire :

$$F = (6x - 7)^2 - [-6x + 4](-8x + 6)$$

$$\begin{aligned} F &= (6x)^2 - 2 \times 6x \times 7 + 7^2 - [6x \times 8x - 6x \times 6 - 4 \times 8x + 4 \times 6] \\ F &= 36x^2 - 84x + 49 - [48x^2 - 36x - 32x + 16] \\ F &= 36x^2 - 84x + 49 - [48x^2 - 68x + 16] \\ F &= 36x^2 - 84x + 49 - 48x^2 + 68x - 16 \\ F &= \underline{-12x^2 - 16x + 33} \end{aligned}$$

g) Développer et réduire si nécessaire :

$$F = (-3x - 8)(-3x + 8) - (-5x - 4)^2$$

$$F = \overset{(a-b)(a+b)}{(-3x)^2 - 8^2} - [(-5x)^2 - 2 \times (-5x) \times 4 + 4^2]$$

$$F = 9x^2 - 64 - [25x^2 + 20x + 16]$$

$$F = 9x^2 - 64 - 25x^2 - 20x - 16$$

$$F = -16x^2 - 20x - 80$$

Indications et résultats du cours n°8

Définition n°1 : (dans le désordre) parenthèses ; développé ; l'est ; ne ; est ; développée ; pas

Propriétés n°1, 2 et 3 : (dans le désordre) $a^2 + 2ab + b^2$; $a^2 - b^2$; $ka + kb$; $a^2 - 2ab + b^2$; $ac + ad + bc + bd$

Propriété n°4 : (dans le désordre) additionner ; multiplier ; opposés ; chacun ; chacun ; -1

Exemple n°1 : Dans le désordre : $12 - 42r$; $-36s^2 - 6s + 56$; $4x^2 - 9x - 45$; $-12x^2 - 16x + 25$; $-16x^2 - 40x - 80$; $12f - 15f^2$; $8w^2 - 5w$

Fin du cours n°8

Automatisme 1, Cours n°9 : Simplifier des fractions littérales

A1.1 – Savoir simplifier des fractions littérales.

Propriété 1.

Soit a , b , et c trois nombres non nuls.

$$1. \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \text{ et } \frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

$$2. \frac{a \times x^2}{b \times x} = \frac{a}{b} \times x$$

Exemple 1.

Simplifier au mieux l'expression $A = \frac{2(a+h)^2 - 6(a+h) + 3 - (2a^2 - 6a + 3)}{h}$

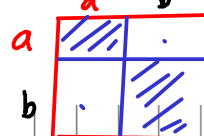
$$A = \frac{2(a^2 + 2ah + h^2) - 6a - 6h + 3 - 2a^2 + 6a - 3}{h}$$

$$A = \frac{2a^2 + 4ah + 2h^2 - 6a - 6h + 3 - 2a^2 + 6a - 3}{h}$$

$$A = \frac{4ah + 2h^2 - 6h}{h} = \frac{4ah}{h} + \frac{2h^2}{h} - \frac{6h}{h} = \underline{4a + 2h - 6}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

signe "-" devient "+"



Indications et résultats du cours 9

Propriété n°1 : (dans le désordre) $- ; + ; c ; b ; x ; b ; a ; a ; c ; a ; c ; c ; b$

Exemple n°1 : $A=2h+4a-6$

Fin du cours n°9

Automatisme 2 : Pourcentages, Taux

Automatisme 2, Cours n°1 : Pourcentage et proportions

A2.a - Savoir calculer une proportion sous la forme d'un pourcentage.

A2.b - Savoir calculer une proportion de proportion.

A2.c - Savoir passer d'une formule additive « augmenter de ... » à une formule multiplicative.

Propriété 1. Proportion → pourcentage

Si on veut déterminer le pourcentage que représente une quantité a par rapport à une quantité b , on doit effectuer l'opération : $\dots \frac{a}{b} \dots \times 100$

Propriété 2. Pourcentage → quantité

Si on veut déterminer la quantité que représente $a\%$ d'une quantité b , on doit effectuer l'opération : $\dots \frac{a}{100} \dots \times b \dots$

Propriété 3. Proportion d'une proportion

Si on veut déterminer le pourcentage global de $a\%$ de $b\%$, on doit effectuer l'opération : $\dots \frac{a}{100} \dots \times \frac{b}{100} \dots \times 100 = \frac{a}{100} \times b$

Propriété 4. Augmenter ou diminuer de $a\%$

Augmenter de $a\%$, c'est multiplier par $\dots 1 + \frac{a}{100} \dots$

Diminuer de $a\%$, c'est multiplier par $\dots 1 - \frac{a}{100} \dots$

Exemple 1.

Un agriculteur céréalier dispose d'une surface cultivable de 75 hectares. 57,2 hectares de cette surface est destinée à la culture du blé. Quelle proportion de sa surface cultivable en pourcentage est destinée à la culture du blé ? (au centième près)

$$\frac{57,2}{75} \times 100 \approx 76,27$$

↑
76,266...

dixième centième

76,26 < 76,266... < 76,27
plus proche de

Exemple 2

Un appareil électroménager est vendu 73 euros hors taxes (HT). La marge brute réalisée par le vendeur sur la vente de cet appareil s'élève 6,9 % du prix de vente HT. Quelle marge en euro réalise-t-il ? *(au centime d'euro)*

$$73 \times \frac{6,9}{100} = 5,037 \approx 5,04 \text{ €}$$

A2.b - Savoir calculer une proportion de proportion.

Exemple 2.

Un magasin d'ameublement propose 24,3 % de ses meubles en bois massif. 47,6 % d'entre eux sont conçus avec un bois exotique. Quel pourcentage des meubles du magasin est en bois exotique (on arrondira le résultat au dixième) ?

$$\left(\frac{24,3}{100} \times \frac{47,6}{100} \times 100 = \right) \frac{24,3}{100} \times 47,6 = 11,5668 \approx 11,6$$

A2.c - Savoir passer d'une formule additive « augmenter de ... » à une formule multiplicative.

Exemple 3.

Sur le parking du lycée, il y a 90 places. On décide d'augmenter le nombre de place de 15 %. De combien de places disposera alors le lycée (on arrondira le résultat à l'unité) ?

$$90 \times \left(1 + \frac{15}{100} \right) = 90 \times 1,15 = 103,5 \approx 104$$

FIN du cours n°1

Automatisme 2, Cours n°2 : Taux d'évolution

A2.d - Savoir appliquer un taux d'évolution.

A2.e - Savoir calculer un taux d'évolution.

A2.f - Savoir appliquer un taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives.

A2.g - Savoir calculer un taux d'évolution réciproque.

Définition 1. Taux d'évolution

Soit V_D la valeur de départ et V_A la valeur d'arrivée. Alors :

- le taux d'évolution est donné par :

$$T = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

- le taux en pourcentage est donné par :

$$T_{100} = T \times 100.$$

- le coefficient multiplicateur est donné par :

$$C_m = \frac{V_A}{V_D}$$

Le taux d'évolution en pourcentage correspond à un pourcentage d'augmentation.

Propriété 1. Relation entre le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur

Soit T le taux d'évolution et C_m le coefficient multiplicateur. Alors :

$$T = C_m - 1$$

$$\text{et } C_m = T + 1$$

Propriété 2. Taux successifs

Soit V_1 , V_2 et V_3 trois valeurs successives. T_{12} et C_{12} le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur de V_1 à V_2 , T_{23} et C_{23} le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur de V_2 à V_3 .

Alors le taux d'évolution global de V_1 à V_3 est donné par :

$$T_g = C_{12} \times C_{23} - 1$$

Et le coefficient multiplicateur global de V_1 à V_3 est donné par :

$$C_g = C_{12} \times C_{23}$$

Propriété 3. Taux réciproque

On suppose qu'une quantité passe d'une valeur de départ V_D à une valeur d'arrivée V_A . Alors, on appelle :

taux d'évolution réciproque la quantité : $\frac{1}{1+T}$ où T est le taux d'évol.

$$V_A = (1+T) \times V_D \Rightarrow V_D = V_A \times \frac{1}{1+T}$$

$$T = \frac{V_A - V_D}{V_D} \text{ réciproque}$$

$$C_{mr} = 1 / C_m \text{ où } C_{mr} \text{ est le coef. mult. pl. réciproque}$$

$$110 \text{ (après augm. de 10\%)} \\ T = 0,1 \quad \frac{1}{1+0,1} = \frac{1}{1,1} \approx 0,91 \\ 110 \times \frac{10}{11} = 100 \quad T_r \approx 0,91 - 1 = -0,09$$

A2.d - Savoir appliquer un taux d'évolution.

Exemple 1.

Antoine relève au mois de janvier la quantité de pluie tombée. Il a relevé 72 mm. Le taux d'évolution mensuel constaté de janvier à février est de $-0,1\%$. Quelle quantité d'eau sera tombée en février (on arrondira à l'unité près) ?

$$72 \times \left(1 + \frac{-0,1}{100}\right) \approx 72 \quad \text{Il relève 72 mm d'eau en février}$$

A2.e - Savoir calculer un taux d'évolution :

Exemple 2.

Le 1er janvier 2016, une action cotée au CAC 40 valait 86 €

Le premier janvier de l'année suivante, elle valait 92,2 €. Quel est le taux d'évolution? (on arrondira au centième d'euros)

$$\frac{92,2 - 86}{86} \approx 0,07. \\ \text{Le taux d'évolution vaut } 0,07 \text{ environ}$$

A2.f - Savoir appliquer un taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives :

Exemple 3.

La population d'une petite ville a augmenté de $7,9\%$ en 2016 puis a diminué de $8,6\%$ en 2017. Sur ces deux années, la population a-t-elle augmentée ou diminuée ? De combien de pourcent (on arrondira au dixième près) ?

$$\left[\underbrace{\left(1 + \frac{7,9}{100}\right)}_{C_{12}} \times \underbrace{\left(1 - \frac{8,6}{100}\right)}_{C_{23}} - 1\right] \times 100 \approx -1,4\%$$

La population de cette ville a diminué de $1,4\%$.

A2.g - Savoir calculer un taux d'évolution réciproque :

Exemple 4.

Le prix du gasoil a augmenté de 1,4 % au cours des six premiers mois de l'année. De combien de pourcent doit-il être diminué pour revenir à sa valeur initiale (on arrondira au dixième près) ?

$$C_m = 1 + \frac{1,4}{100} = 1,014$$

$$\Rightarrow C_{mr} = \frac{1}{1,014}$$

$$\Rightarrow T_r = C_{mr} - 1 = \frac{1}{1,014} - 1$$

$$T_{r\%} = T_r \times 100 = \left(\frac{1}{1,014} - 1 \right) \times 100 \approx -1,4\%$$

(le fait que ce soit égal est un hasard!)

FIN du cours n°2

ENTR. C2.1 & C2.2
pour Vendredi 1^{er} déc.

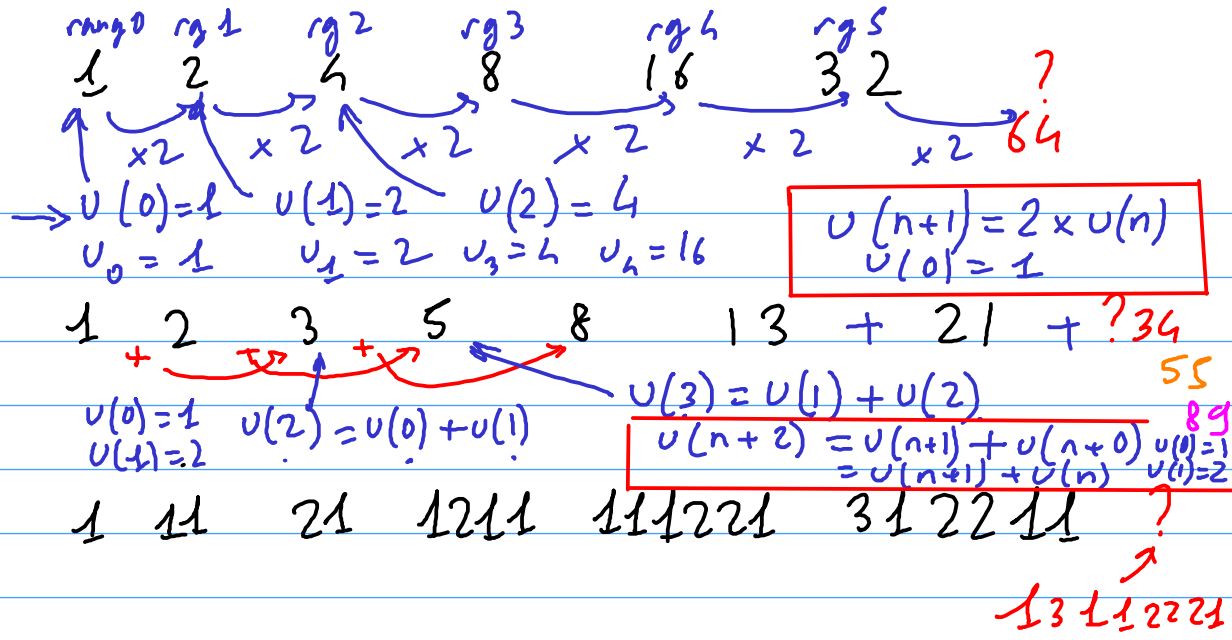
$$n+2 - (n-2)$$

$$= n+2 - n+2$$

$$= 4$$

$$34 = 13 + 21$$

$$u(7) = u(6) + u(5)$$



$$u_{n+1} = u_n - \frac{3}{u_n}$$

$$u_{n+1} \neq u_n + 1 \neq u_n + 1$$

Chapitre 3 : Suites

Chapitre 3, Cours n°1 : Qu'est-ce qu'une suite ?

- C1.a** - **Savoir** calculer les termes d'une suite définie explicitement.
C1.b - **Savoir** calculer les termes d'une suite définie par récurrence.
C1.c - **Savoir** représenter graphiquement une suite.

Définition 1. Suite

Une suite numérique (u_n) est une *fonction* qui, à un nombre *entier naturel* n ($0, 1, 2, 3, \dots$), le *rang*, associe un nombre réel noté $u(0)$ ou u_n .

Les *termes* de la suite u se notent : $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$, etc.

Le terme de rang n se note : u_n $u(n)$ $u(0)$ $u(1)$ $u(2)$ $u(3)$ $u(4)$ $u(5)$ $u(6)$

u_n est appelé le *terme* *général* de la suite u .

Définition 2. Suite définie par récurrence

Une suite est dite définie par récurrence lorsque chaque terme est défini à partir du *terme* *précédent* :

$u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une formule en fonction de u_n (et éventuellement de u_{n-1}, u_{n-2} etc.)
ou $u(n) = 2 \times u(n-1)$
 $u(n+2) = u(n) + u(n+1)$

Exemple 1.

Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par

On donne la suite de nombres suivante : 10, -80, 640, -5120, 40960, ...

1. Conjecturer (=deviner) le terme général u_n de la suite.

2. Représenter cette suite sur un graphique.

$$u(n+1) = (-8) \times u(n)$$

$$u_{n+1} = (-8) \times u_n$$

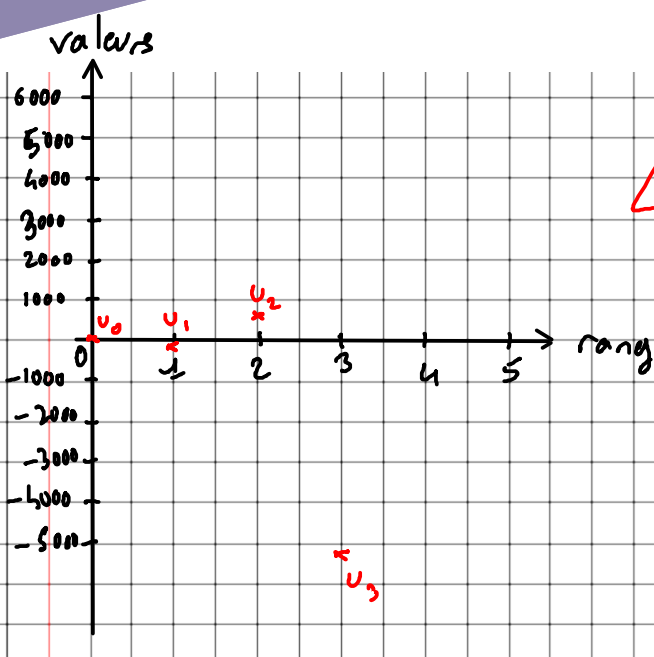
$$u(0) = 10$$

$$u(2) = u(1) \times (-8)$$

$$u(5) = 40960 \times (-8)$$

$$u(5) = u(4) \times (-8)$$

$$\times (-8)$$



0 1 2 3 4
10, -80, 640, -5120, 40960

⚠ ne pas relier les points

Exemple 2.

Voici différentes suites.

a. Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_n = 5n^2 - 6n + 1$.

Calculer u_0 , u_1 , u_2 , u_5 , et u_{10} .

b. Soit la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_n = -4n + 5$.

Calculer v_0 , v_1 , v_2 , v_5 , et v_{10} .

c. Soit la suite w définie pour tout entier naturel n par $w_n = \frac{-1}{3n^2 + 3}$.

Calculer w_0 , w_1 , w_2 , w_5 , et w_{10} .

$$\begin{aligned} u_0 &= u(0) = 5 \times 0^2 - 6 \times 0 + 1 = 1 \\ u_1 &= u(1) = 5 \times 1^2 - 6 \times 1 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$5n^2 - 6n + 1$$

$$\begin{aligned} u_2 &= u(2) = 5 \times 2^2 - 6 \times 2 + 1 = 5 \times 4 - 12 + 1 = 9 \\ u_5 &= u(5) = 5 \times 5^2 - 6 \times 5 + 1 = 96 \end{aligned}$$

$$u_{10} = u(10) = 5 \times 10^2 - 6 \times 10 + 1 = 500 - 60 + 1 = 441$$

$$v_n = -4n + 5$$

$$w_n = \frac{-1}{3n^2 + 3}$$

$$v_0 = v(0) = -4 \times 0 + 5 = 5$$

$$v_1 = -4 \times 1 + 5 = 1$$

$$v_2 = -4 \times 2 + 5 = -3$$

$$v_5 = -4 \times 5 + 5 = -15$$

$$v_{10} = -4 \times 10 + 5 = -35$$

$$w_0 = \frac{-1}{3 \times 0^2 + 3} = -\frac{1}{3}$$

$$w_1 = \frac{-1}{3 \times 1^2 + 3} = -\frac{1}{6}$$

$$w_2 = \frac{-1}{3 \times 2^2 + 3} = -\frac{1}{15}$$

$$w_5 = \frac{-1}{3 \times 5^2 + 3} = -\frac{1}{78}$$

$$w_{10} = \frac{-1}{3 \times 10^2 + 3} = -\frac{1}{303}$$

Exemple 3.

Voici différentes suites.

a. Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = -2u_n + 4$ et $u_0 = 2$.

Calculer u_1 , u_2 , et u_4 .

b. Soit la suite v définie pour tout entier naturel n par $v_{n+1} = \frac{-8}{5v_n - 5}$ et $v_0 = 3$.

Calculer v_1 , v_2 , et v_4 . (Attention : on veut les valeurs exactes. Il faut donc faire des calculs avec des fractions)

c. Soit la suite w définie pour tout entier naturel n par $w_{n+2} = -w_{n+1} + 5w_n$ avec $w_0 = 7$ et $w_1 = -2$.

Calculer w_2 , w_3 , et w_5 .

$$\begin{aligned} a. \quad u_1 &= u(1) = -2 \times u(0) + 4 = -2 \times 2 + 4 = 0 \\ u_2 &= u(2) = -2 \times u(1) + 4 = -2 \times 0 + 4 = 4 \\ u_3 &= -2 \times u(2) + 4 = -2 \times 4 + 4 = -4 \\ u_4 &= -2 \times u(3) + 4 = -2 \times (-4) + 4 = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b. \quad v_1 &= \frac{-8}{5 \times 3 - 5} = \frac{-8}{10} = -\frac{4}{5} \\ v_2 &= \frac{-8}{5 \times (-\frac{4}{5}) - 5} = \frac{-8}{-4 - 5} = \frac{-8}{-9} = \frac{8}{9} \\ v_3 &= \frac{-8}{5 \times \frac{8}{9} - 5} = \frac{-8}{\frac{40}{9} - \frac{45}{9}} = \frac{-8}{-\frac{5}{9}} = -8 \times -\frac{9}{5} = \frac{72}{5} \\ v_4 &= \frac{-8}{5 \times \frac{72}{5} - 5} = \frac{-8}{72 - 5} = -\frac{8}{67} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c. \quad w_{n+2} &= -w_{n+1} + 5w_n \text{ avec } w_0 = 7 \text{ et } w_1 = -2 \\ w_2 &= w(2) = -w(1) + 5w(0) = -(-2) + 5 \times 7 = 37 \\ w_3 &= w(3) = -w(2) + 5w(1) = -37 + 5 \times (-2) = -47 \\ w_4 &= w(4) = -w(3) + 5w(2) = -(-47) + 5 \times 37 = 47 + 185 = 232 \end{aligned}$$

Cours

$$\begin{aligned} W_5 &= W(5) = -W(4) + 5 \times W(3) \\ &= -232 + 5 \times (-47) \\ &= -232 + (-235) = -467 \end{aligned}$$

ENTRAÎNEMENT C3.1 pour le Vendredi 8 dic.

Propriété 1. Usage de la calculatrice :

Casio :

Taper sur **MENU** puis choisir le menu



a. Entrer une suite

Suite définie par une formule explicite :

Utiliser **TYPE** (F3) puis **a_n** (F1).

Entrer l'expression de la suite en utilisant **n** (F4) puis **=** (F1) pour écrire la variable **n**.

Exemple 1 :

Réurrence
a_n = n² - n + 1 [—]
b_n : [—]

Utiliser **SET** (F5), et choisir le début, la fin et le pas de la table.

Math/Deq/Normal d/c/Real
Réglage Table n
Start:0
End :10

Suite définie par récurrence :

Utiliser **TYPE** (F3) puis **a_{n+1}** (F2).

Entrer l'expression de la suite en utilisant **n.a_n** (F4) puis **=** (F1) pour écrire **a_n**.

Exemple 2 :

Réurrence
a_{n+1} = 2a_n + 1 [—]
b_{n+1} : [—]

Utiliser **SET** (F5) pour entrer la valeur de **a₀** et choisir le début, la fin et le pas de la table.

Math/Deq/Normal d/c/Real
Réglage Table n+1
Start:0
End :10
a₀ :1

b. Calculer des termes

Taper ensuite sur **EXIT** et utiliser **TABLE** (F6) pour afficher le tableau de valeurs.

Exemple 1 :

n	a _n
0	1
1	1
2	3
3	7

Exemple 2 :

n+1	a _{n+1}
0	1
1	3
2	7
3	15

Texas Instrument :

Appuyer sur la touche **mode** et sélectionner sur la cinquième ligne le mode **SUITE**.

a. Entrer une suite

Taper sur **f(x)**.

Suite définie par une formule explicite :

Sélectionner avec les flèches le type de suite **SUITE(n)**. Entrer la valeur minimale de n puis l'expression de la suite en utilisant la touche **X,T,θ,n** pour écrire la variable n .

Exemple 1 :

TYPE: **SUITE(n)** **SUITE(n+1)** **SUITE(n+2)**
 $nMin=0$
 $u(n) = n^2 - n + 1$
 $u(0) = 1$

Suite définie par récurrence :

Sélectionner avec les flèches le type de suite **SUITE(n+1)**. Entrer la valeur minimale de n puis

l'expression de la suite en utilisant **2nde** **7** pour écrire u et entrer la valeur $u(0)$.

Exemple 2 :

TYPE: **SUITE(n)** **SUITE(n+1)** **SUITE(n+2)**
 $nMin=0$
 $u(n+1) = 2u(n) + 1$
 $u(0) = 1$

b. Calculer des termes

En tapant d'abord sur **2nde** **fenêtre**, choisir le début et le pas de la table.

Taper ensuite sur **2nde** **graphe** pour afficher le tableau de valeurs.

Exemple 1 :

n	$u(n)$
0	1
1	1
2	3
3	7
4	13
5	21
6	31

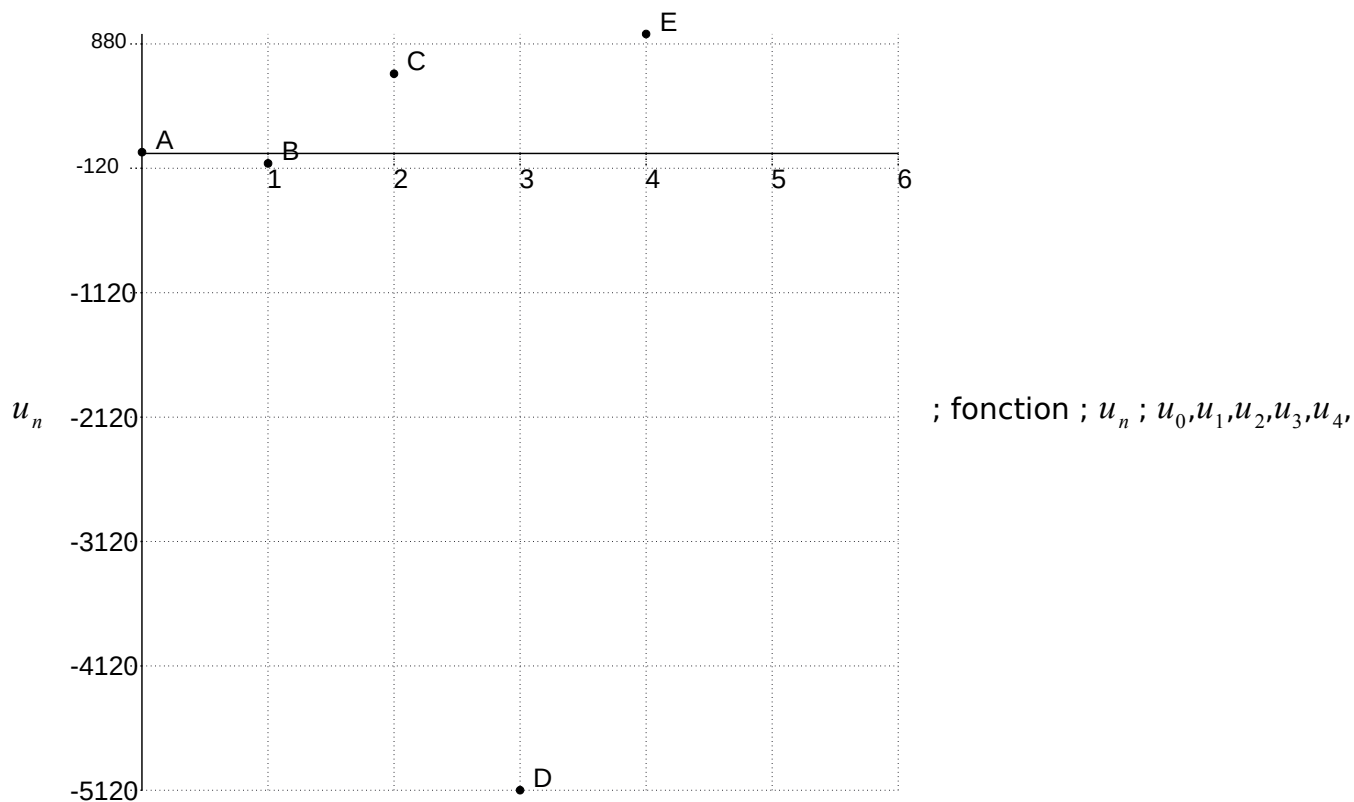
Exemple 2 :

n	u
0	1
1	3
2	7
3	15
4	31
5	63
6	127

CONFIG TABLE
DébutTbl=0
ΔTbl=1
Indent : **Auto** Demande
Dépendte : **Auto** Demande

Solutions du cours n°1

Définition n°1 : (dans le désordre) termes ; $u(n)$; n ; général ; terme ; entier naturel ; u_n ;



; fonction ; u_n ; u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 ,

u_5, u_6 ; rang

Définition n°2 : (dans le désordre) terme ; u_{n-1} ; u_n ; précédent ; $f(u_n)$; f ; u_{n-2}

Exemple n°1 : 1. Indications : $u_0 = 10$, $u_1 = (-8) \times u_0$, $u_2 = (-8) \times u_1$, ... $u_n = 10 \times (-8)^n$.

2.

Exemple n°2 : a. $u_0 = 1$, $u_1 = 0$, $u_2 = 9$, $u_5 = 96$, $u_{10} = 441$; **b.** $v_0 = 5$, $v_1 = 1$, $v_2 = -3$, $v_5 = -15$,

$v_{10} = -35$; **c.** $w_0 = -\frac{1}{3}$, $w_1 = -\frac{1}{6}$, $w_2 = -\frac{1}{15}$, $w_3 = -\frac{1}{78}$, $w_4 = -\frac{1}{303}$.

Exemple n°3 : a. $u_1 = 0$, $u_2 = 4$, et $u_4 = 12$ **b.** $v_1 = -0,8$, $v_2 = \frac{8}{9}$ et $v_4 = -\frac{8}{67}$ **c.** $w_2 = 37$, $w_3 = -47$ et $w_5 = -467$.

Fin du cours n°1

Arithmétique.

$$u(0)=3 \quad u(n) + 11 = u(n+1)$$

$u: 3 \xrightarrow{+11} 14 \xrightarrow{+11} 25 \xrightarrow{+11} 36 \xrightarrow{+11} 47 \xrightarrow{+11} 58$

Géométrique

$$v: 3 \xrightarrow{\times 3} 9 \xrightarrow{\times 3} 27 \xrightarrow{\times 3} 81 \xrightarrow{\times 3} 243$$

$v(n+1) = v(n) \times 3$ et $v(0)=3$

$u(n+1) - u(n) = 11$

$\frac{v(n+1)}{v(n)} = 3$

Chapitre 3, Cours n°2 : Suites arithmétiques et géométriques

C1.d – **Montrer** qu'une suite est arithmétique ou non.

C1.e – **Savoir** exprimer le terme général d'une suite arithmétique en fonction de n et effectuer des calculs.

C1.f – **Montrer** qu'une suite est géométrique ou non.

C1.g – **Savoir** exprimer le terme général d'une suite géométrique en fonction de n et effectuer des calculs.

Définition 1. Suites arithmétiques, suites géométriques

$$u_{n+1} \neq u_n + 1 \neq u_{n+1}$$

1. Une suite u est dite arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n \oplus r$. (ou $u(n+1) = u(n) + r$)

Le réel r est appeléraison..... de la suite u .

2. Une suite v est dite géométrique s'il existe un nombre réel q , non nul, tel que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = v_n \otimes q$...

Le réel q est appeléraison..... de la suite v .

Propriété 1. Expressions explicites des suites arithmétiques et géométriques

Soient n et k deux entiers naturels.

1. Si une suite u est arithmétique de raison r , alors :

$$u_n = u_0 + n \times r \text{ et } u_n = u_k + (n - k) \times r$$

2. Si une suite v est géométrique de raison q , alors :

$$v_n = v_0 \times q^n \text{ et } v_n = v_k \times q^{n-k}$$

Propriété 2. Méthodes pour démontrer qu'une suite est arithmétique ou non

1. Pour démontrer qu'une suite est arithmétique, on ...calcule..... $u_{n+1} - u_n$.
Si le ...résultat..... est un ...nombre..... (donc ne contient pas la lettre n), la suite est ...arithmétique.....

2. Pour démontrer qu'une suite n'est pas arithmétique, on ...calcule..... par exemple $u_2 - u_1$ et $u_1 - u_0$: si les valeurs obtenues sont ...différentes....., alors la suite n'est pas arithmétique.

Formule
(pas $u_2 - u_1$)

Propriété 3. Méthodes pour démontrer qu'une suite est géométrique ou non

1. Pour démontrer qu'une suite est géométrique, on ...calcule..... $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. Si le ...résultat..... est un ...nombre..... (donc ne contient pas la lettre n), la suite est ...géométrique.....

2. Pour démontrer qu'une suite n'est pas géométrique, on ...calcule..... par exemple $\frac{u_2}{u_1}$ et $\frac{u_1}{u_0}$: si les valeurs obtenues sontdifférentes....., alors la suite n'est pas géométrique.

Remarque : On admettra que, pour une suite géométrique, aucun des termes de la suite ne peut être nul sauf si la suite n'est constituée que de termes nuls (cela se démontre par l'absurde).

Exemple 1.

La consommation annuelle moyenne de cacao était de 9 kg par personne en 2010. On estime que cette consommation diminue de 4% chaque année.

1. Modéliser cette situation par une suite u , 2010 étant l'année de rang 0.
2. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.
3. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.

1. $u(0) = 9$ $u(n+1) = \left(1 - \frac{4}{100}\right) \times u(n) = 0,96 \times u(n)$

2. $u(1) = 9 \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 9 \times 0,96 = 8,64$ $u(n+1) - u(n) = \left(1 - \frac{4}{100}\right) \times u(n) - u(n) = -\frac{4}{100} \times u(n)$
 $u(2) = 8,64 \times 0,96 = 8,2944$ $u(n+1) - u(n) = 0,96 \times u(n) - u(n) = -0,04 \times u(n)$

$u(1) - u(0) = 8,64 - 9 = -0,36$
 $u(2) - u(1) = 8,2944 - 8,64 = -0,3456$
 $u(1) - u(0) \neq u(2) - u(1)$

3. $\frac{u(n+1)}{u(n)} = \frac{\left(1 - \frac{4}{100}\right) \times u(n)}{u(n)} = 1 - \frac{4}{100}$: La suite est géométrique.
 a. Sa raison est $1 - \frac{4}{100} = 0,96$. b. Son expression explicite est $u(n) = 9 \times 0,96^n$

Exemple 2.

La consommation annuelle moyenne de cacao était de 10 kg par personne en 2010. On estime que cette consommation diminue de 260 g chaque année.

Cours

La consommation annuelle moyenne de cacao était de 10 kg par personne en 2010. On estime que cette consommation diminue de 260 g chaque année.

$$\begin{aligned} u(1) &= 10 - 0,26 = 9,74 \\ u(2) &= 9,74 - 0,26 = 9,48 \\ u(1) - u(0) &= -0,26 \quad u(2) - u(1) = 9,48 - 9,74 = -0,26 \end{aligned}$$

1. Modéliser cette situation par une suite u , 2010 étant l'année de rang 0.
2. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.
3. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.

$$1. \quad u(n+1) = u(n) - 0,26. \quad (260g = 0,26kg)$$

$$2. \quad u(n+1) - u(n) = u(n) - 0,26 - u(n) = -0,26$$

ce nombre $(-0,26)$ ne dépend pas de n
Donc la suite arithmétique

$$a. \quad \text{La raison de cette suite est } -0,26$$

$$b. \quad \begin{aligned} u(n) &= u(0) + n \times r \\ u(n) &= 10 + n \times (-0,26) \\ u(n) &= 10 - 0,26n. \end{aligned}$$

$$3. \quad \frac{u(0)}{u(1)} = \frac{10}{9,74} \quad \frac{u(1)}{u(2)} = \frac{9,74}{9,48}$$

$$\frac{u(0)}{u(1)} = \frac{10 \times 9,48}{9,74 \times 9,48} \quad \frac{u(1)}{u(2)} = \frac{9,74 \times 9,74}{9,48 \times 9,74}$$

$$10 \times 9,48 = 94,8$$

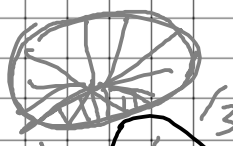
$$9,74 \times 9,74 = 94,8676 \neq 94,8$$

$$\text{Donc } \frac{u(0)}{u(1)} \neq \frac{u(1)}{u(2)}$$

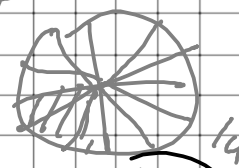
Donc la suite n'est pas géométrique.

$$\begin{array}{r} 100000000000000 \\ 9999999999999.9 \\ \hline 9999998 \dots \dots 9 \\ 99 \dots \dots 8 \end{array}$$

$$\frac{5}{6} \quad ? \quad \frac{6}{7}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4}$$



$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$

Exemple 3.

La consommation annuelle moyenne de sucre était de 9 kg par personne en 2010. On estime que cette consommation augmente de $\frac{118}{e-2010}$ g (e est l'année) chaque année.

1. Modéliser cette situation par une suite u , 2010 étant l'année de rang 0.
2. Cette suite est-elle arithmétique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.
3. Cette suite est-elle géométrique ? Justifier. Si la réponse est oui, indiquer : a. la raison de cette suite. b. une expression explicite de cette suite.

$$\begin{aligned} 1. \quad u(0) &= 9000 \\ u(1) &= u(0) + \frac{118}{2011-2010} = 9118g. \\ u(2) &= u(1) + \frac{118}{2012-2010} = 9118 + \frac{118}{2} = 9177g. \\ u(n+1) &= u(n) + \frac{118}{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(3) &= u(2) + \frac{118}{3} \\ u(4) &= u(3) + \frac{118}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad & u(1) = 9118 \quad u(2) = 9177 \\ & u(1) - u(0) = 9118 - 9000 = 118 \\ & u(2) - u(1) = 9177 - 9118 = 59 \end{aligned}$$

$u(2) - u(1) \neq u(1) - u(0)$
Donc u n'est pas une suite arithmétique.

$$3. \quad \frac{u(2)}{u(1)} = \frac{9177}{9118}$$

$$\frac{u(1)}{u(0)} = \frac{9118}{9000}$$

$$\frac{u(2)}{u(1)} = \frac{9177 \times 9000}{9118 \times 9118}$$

$$\frac{u(1)}{u(0)} = \frac{9118 \times 9118}{9000 \times 9118}$$

$$9177 \times 9000 = 82593000$$

$$9118 \times 9118 = 83137924 \neq 9177 \times 9000$$

Donc $\frac{u(2)}{u(1)} \neq \frac{u(1)}{u(0)}$

Donc la suite n'est pas géométrique.

ENTRAÎNEMENT C3. 2 pour
vendredi: 22 décembre

$$\begin{array}{r} 2 \times 4 \\ 3 \times 4 \\ \hline 8 \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times 3 \\ 4 \times 3 \\ \hline 6 \\ 12 \end{array}$$

$8 > 6$

Solutions du cours n°2

Définition n°1 : (dans le désordre) $\times q$; raison ; raison ; $+r$

Propriété n°1 : (dans le désordre) q^n ; $(n-k) \times r$; $n \times r$; q^{n-k}

Propriété n°2 : (dans le désordre) résultat ; calcule ; n ; différentes ; est ; arithmétique ; calcule ; nombre

Propriété n°3 : (dans le désordre) est ; résultat ; calcule ; n ; nombre ; géométrique ; différentes ; calcule

Exemple n°1 : 1. $u_{n+1} = 0,96 u_n$. 2. Non. 3. Oui, a. $q = 0,96$ b. $u_n = 9 \times (0,96)^n$.

Exemple n°2 : 1. $u_{n+1} = u_n - 260$ 2. Oui, a. $r = -260$ b. $u_n = 10 - n \times 260$ 3. Non.

Exemple n°3 : 1. $u_{n+1} = u_n + \frac{118}{n}$ 2. Non.. 3. Non.

Fin du cours n°2

Automatisme 4 : Représentation graphique des fonctions

Automatisme 4, Cours n°1 : Image, Antécédents, Équations $f(x) = y$

A4.a Estimer graphiquement une valeur atteinte, un antécédent, une image. Résoudre graphiquement $f(x)=k$.

A4.b Déterminer si un point appartient à une courbe ou non.

Définition 1. Image, Antécédents, Équations $f(x) = y$

Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative. On rappelle que l'axe des ordonnées est l'axe *vertical* et que l'axe des abscisses est l'axe *horizontal*. Alors :

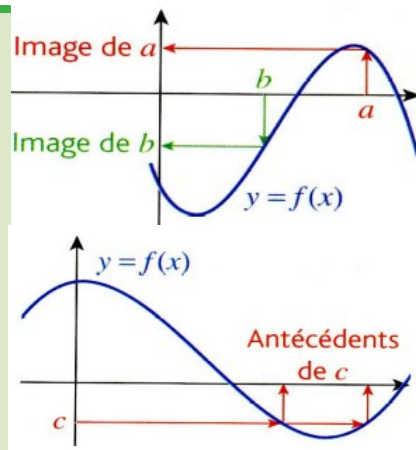
1. $\mathcal{C}_f$ est l'ensemble des points du plan de coordonnées (abscisse : *x* ; ordonnées : *f(x)*.)

2. La courbe représentative a pour équation $y = f(x)$

3. L'image de x est *l'ordonnée* du point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x .

4. L'antécédent de y est *l'abscisse* du point de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée y .

5. Rechercher les solutions de $f(x) = y$, c'est rechercher les *antécédents* de y par f .



Propriété 1. Méthode pour trouver l'image de x

Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

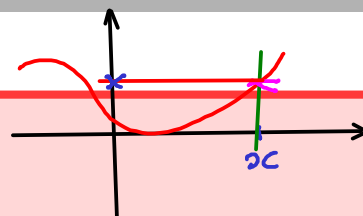
Pour chercher l'image de x par la fonction f :

1. Tracer une droite *verticale* passant par le point de l'axe des abscisses, d'abscisse x

2. Marquer le point d'*intersection* de cette droite avec la courbe.

3. Tracer une droite *horizontale* passant par ce point.

4. Lire l'*ordonnée* du point d'*intersection* de cette droite avec l'axe des ordonnées.



Propriété 2. Méthode pour trouver le ou les antécédents de y

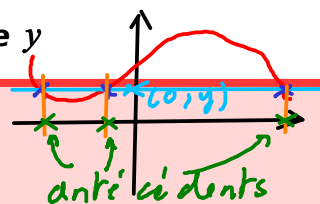
Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

Pour chercher le ou les antécédents de y par la fonction f :

1. Tracer une droite *horizontale* passant par le point de l'axe des ordonnées, d'ordonnée y .

2. Marquer le point d'*intersection(s)* de cette droite avec la courbe.

3. Tracer une droite *verticale* passant par ce point.



4. Lire l'...*abscisse*..... du point d'...*intersection*..... de cette droite avec l'axe des abscisses.

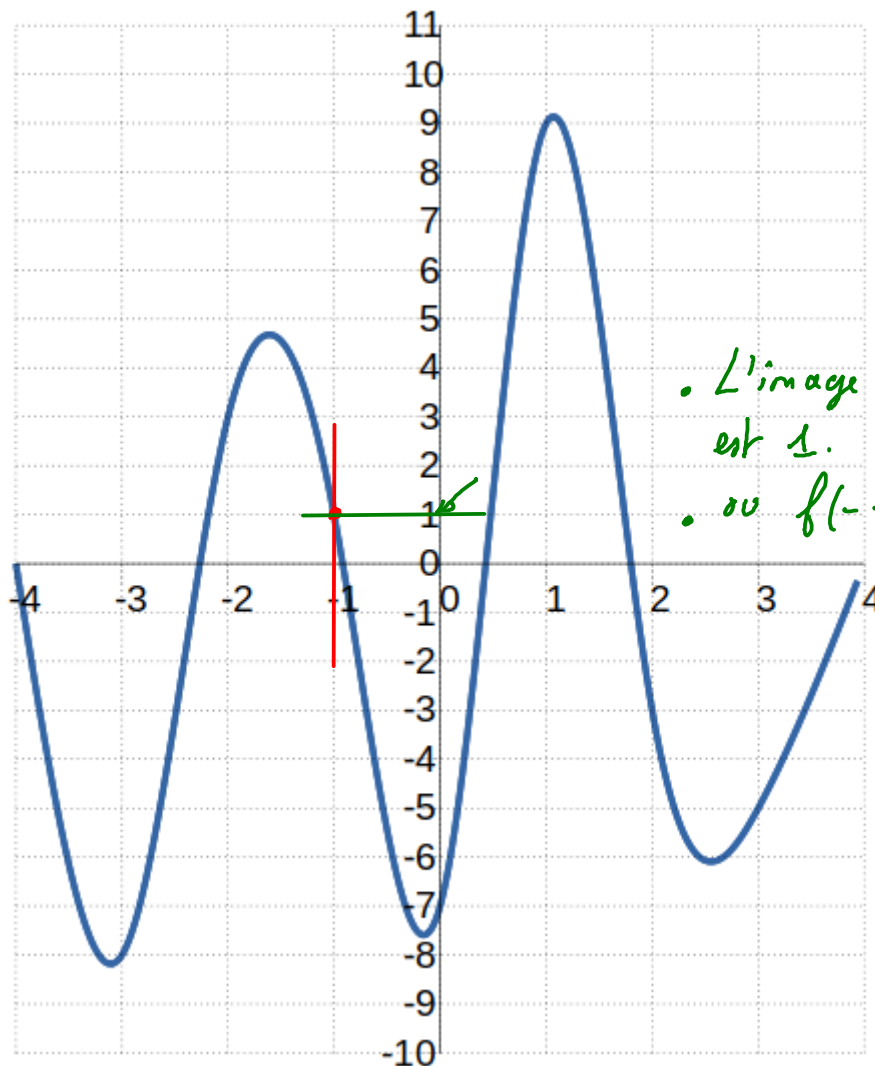
Propriété 3. **Méthode pour trouver graphiquement la ou les solutions de $f(x) = y$**

Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

Trouver graphiquement la ou les solutions de l'équation $f(x) = y$ revient à utiliser la méthode de la ...*propriété n°2*.....

Exemple 1.

Déterminer l'image de -1 par la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous (on fera un tracé pour expliquer comment le résultat a été obtenu) :

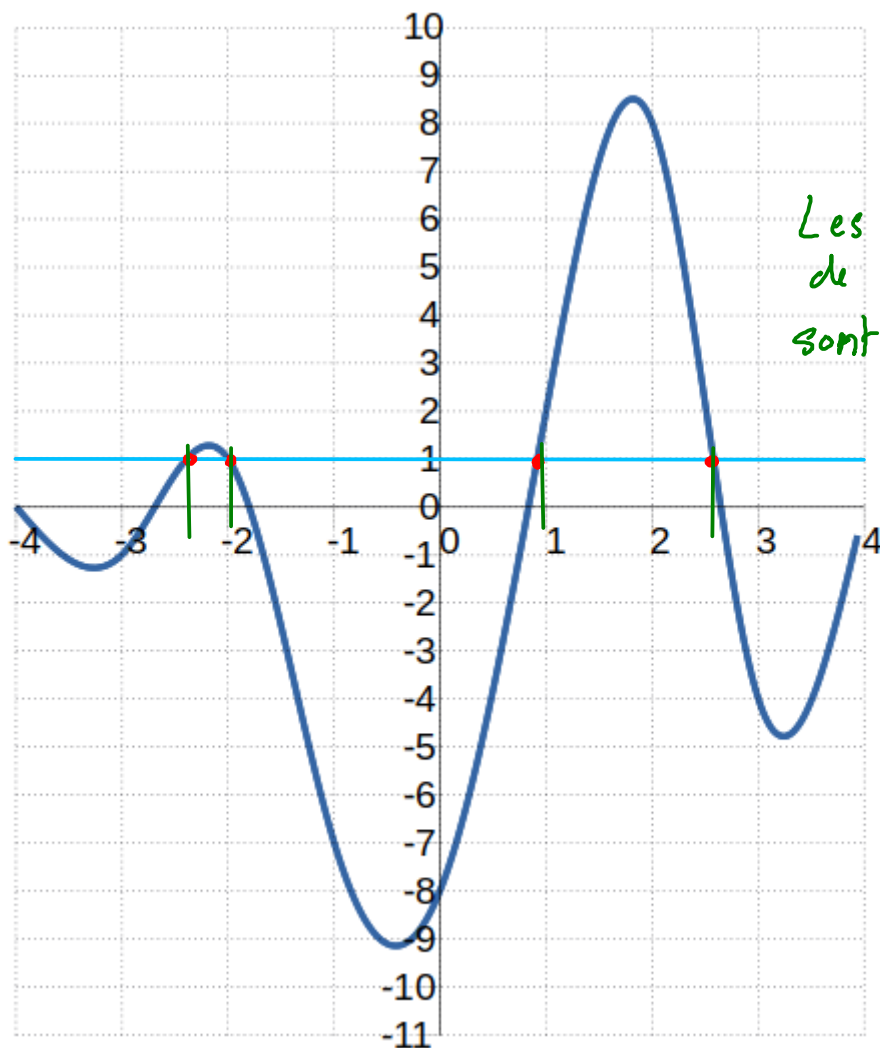


Toute réponses sans tracé n'est pas prise en compte

Réponse :

Exemple 2.

Déterminer le ou les antécédents de 1 par la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous (on fera un tracé pour expliquer comment le résultat a été obtenu) :



Les antécédents
de 1 par f
sont : $-2,5$; -2 ; 1 et $2,5$

Réponse :

Exemple 3.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -8x^2 - 3x - 1$

Quel calcul faut-il faire pour savoir si le point $A(-3; -63,99)$ appartient à la courbe représentative de f ? **Expliquer.**

$f(-3) = -8 \cdot (-3)^2 - 3 \cdot (-3) - 1 = -64$ n'est pas égal à $-63,99$
Donc A n'appartient pas à la courbe de f

Réponse :

Solutions du cours n°1

Définition n°1 : (dans le désordre) $f(x)$; équation ; $f(x)$; ordonnée ; l'abscisse ; l'ordonnée ; abscisse ; antécédents ; horizontal ; y ; x ; vertical

Propriété n°1 : (dans le désordre) ordonnée ; x ; verticale ; intersection ; horizontale ; intersection

Propriété n°2 : (dans le désordre) horizontale ; verticale ; y ; abscisse ; intersection ; intersection

Propriété n°3 : (dans le désordre) n°2 ; propriété

Exemple n°1 : 1

Exemple n°2 : Indications : Tracer une droite horizontale passant par le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 1. Marquer les points d'intersection de cette droite avec la courbe. Tracer ensuite toutes les droites verticales passant par les points d'intersection. Lire sur l'axe des abscisses

Réponse : au moins un ou des antécédents de 1 est/sont : -2

Exemple n°3 : Indications : Faire le calcul de l'image de -3 par la fonction f : $f(-3) = -8 \times -3 \times -3 - 3 \times -3 - 1$ - **Réponse** : Non.

Automatisme 4, Cours n°2 : Inéquations $f(x) \leq y$ et $f(x) \geq y$

A4.c : Résoudre graphiquement des inéquations.

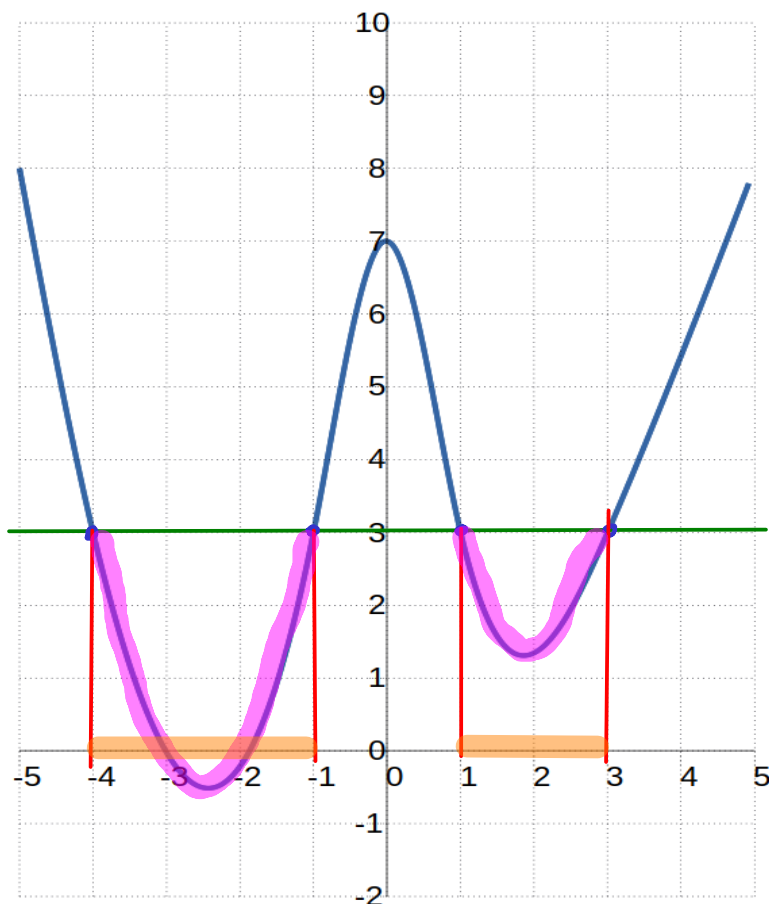
Propriété 1. Inéquations $f(x) \leq y$ et $f(x) \geq y$.

Pour résoudre $f(x) \leq y$ ou $f(x) \geq y$:

1. Tracer la droite ... horizontale ... passant par $(0; y)$.
2. Marquer les points d'... intersection ... de la courbe avec cette droite que l'on vient de tracer.
3. Tracer les droites ... verticales ... passant par ces points que l'on vient de marquer.
4. Les solutions de $f(x) \leq y$ sont des i... intervalles ... de nombres : toutes les ... abscisses ... des points de la représentation graphique dont l'ordonnée est plus ... petite ... que ... y ...
5. Les solutions de $f(x) \geq y$ sont des i... intervalles ... de nombres : toutes les ... abscisses ... des points de la représentation graphique dont l'ordonnée est plus ... grande ... que ... y ...

Exemple 1.

Déterminer graphiquement la solution de $f(x) \leq 3$: y



Les solutions
de l'inéquation
 $f(x) \leq 3$ sont:
 $]-4; -1[\cup]1; 3[$

Réponse :

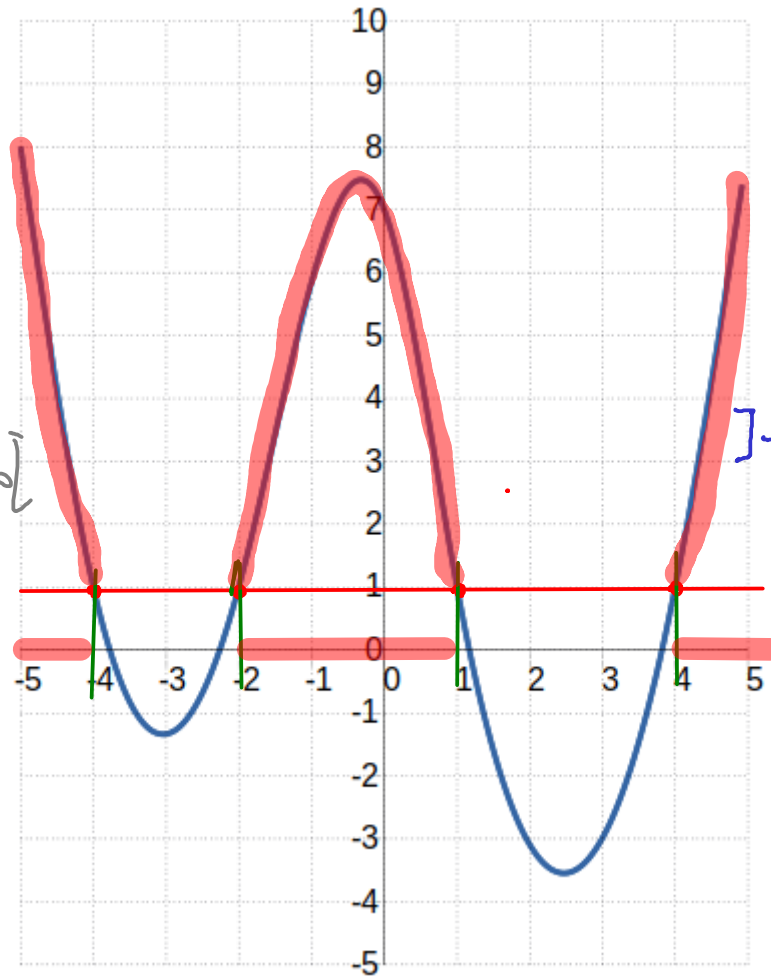
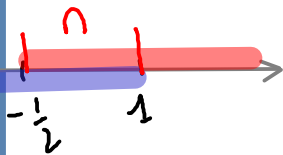
ATTENTION : Toute réponse sans tracé correspondant sera ignorée.

Exemple 2.

Déterminer graphiquement la solution de $f(x) \geq 1$. *plus grand ou égal à*

$$\begin{cases} 3x < 3 \\ 2x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &]-\infty; 1[\\ & \cap]-\frac{1}{2}; +\infty[\\ & =]-\frac{1}{2}; 1[\end{aligned}$$



Les solutions de $f(x) \geq 1$ sont:
 $]-5; -4] \cup [-2; 1] \cup [4; 5]$

Réponse :

ATTENTION : Toute réponse sans tracé correspondant sera ignorée.

Solutions du cours n°2

Propriété n°1 : (dans le désordre) intervalles ; abscisses ; grande ; horizontale ; abscisses ; verticales ; intersection ; y ; intervalles ; y ; petite ; abscisses

Exemple n°1 : $[-4; -1] \cup [1; 3]$

Exemple n°2 : $[-5; -4] \cup [-2; 1] \cup [4; 5]$

Automatisme 4, Cours n°3 : Croissance et décroissance

A4.d : Relier variations et courbe représentative d'une fonction.

Définition 1. Croissance et décroissance

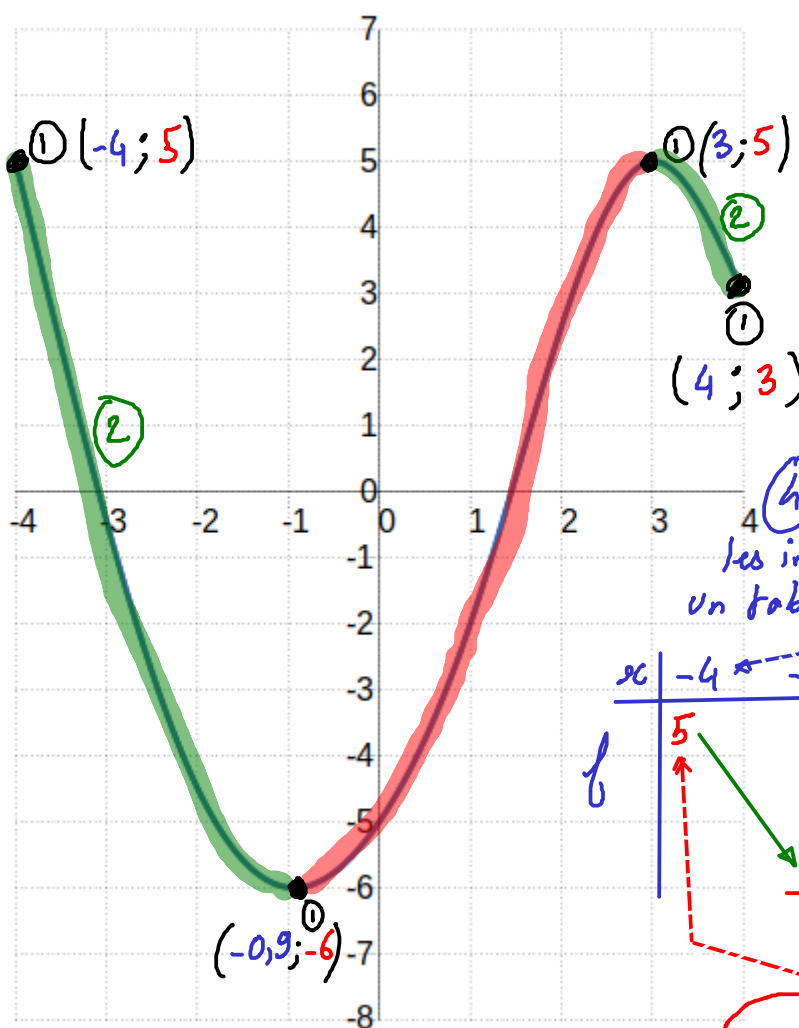
Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

On dit que f est croissante sur un intervalle I si, en se déplaçant de gauche à droite, la courbe « monte ».

On dit que f est décroissante sur un intervalle I si, en se déplaçant de gauche à droite, la courbe « descend ».

Exemple 1.

Voici la courbe représentative d'une fonction f . Donner les variations de cette courbe.

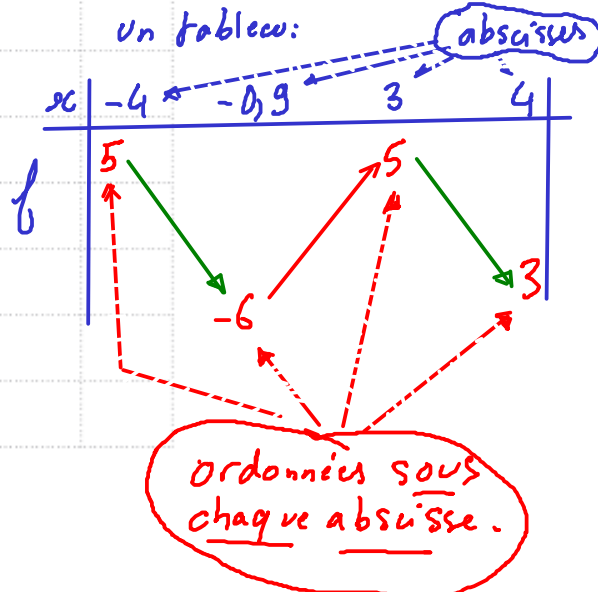


① repérer les sommets et les creux (abscisse; ordonnée)

② surligner les parties descendante

③ Surligner les parties montantes

④ Traduire toutes les informations dans un tableau:



ENTRAÎNEMENT Ch.3 pour le
Vendredi 26 janvier

Réponse :

Solutions du cours n°3

Propriété n°1 : (dans le désordre) descend ; monte ; croissante ; décroissante

Exemple n°1 : La fonction f est décroissante sur $[-4; -1,1]$, croissante sur $[-1,1; 3]$, et décroissante sur $[3; 4]$

Automatisme 4, Cours n°4 : Équations de droite

A4.e - Savoir calculer une coordonnée d'un point appartenant à une droite, connaissant l'autre coordonnée et l'équation de la droite.

A4.f - Savoir construire une droite connaissant son équation.

Définition 1. **Équation de droite, Coefficient directeur, ordonnée à l'origine.**

Soit D une droite non verticale tracée dans un repère orthonormé.

Alors :

1. Soit $A(x; y)$ un point de cette droite. Ses coordonnées sont liées par la relation $y = ax + b$ où a et b sont des nombres fixes. Cette relation s'appelle l'équation de la droite D .
2. Tous les points de la droite ont pour coordonnées $(x; ax + b)$.
3. a s'appelle le coefficient directeur. Géométriquement, il correspond à la pente de la droite.
4. b s'appelle l'ordonnée à l'origine. Géométriquement, il correspond à l'ordonnée du point d'intersection de la droite D avec l'axe des ordonnées (= l'axe vertical).

Propriété 1. Méthode : calculer une coordonnée

Pour calculer une coordonnée d'un point appartenant à une droite d'équation $y = ax + b$:

1. Si on connaît l'abscisse et qu'on cherche l'ordonnée, il suffit de remplacer le x dans l'équation par l'abscisse et d'effectuer le calcul : on trouve ainsi l'ordonnée du point.
2. Si on connaît l'ordonnée et qu'on cherche l'abscisse, il faut remplacer y dans l'équation par l'ordonnée et résoudre l'équation ainsi obtenue : on trouve alors l'abscisse du point.

Propriété 2. Méthode : construire une droite d'équation donnée

Pour construire une droite d'équation donnée :

1. Choisir un nombre x (celui que l'on veut !). Ce sera l'abscisse du point n°1.
2. Calculer son ordonnée à l'aide de l'équation de la droite (voir propriété n°1).
3. Recommencer le processus (étapes 1 et 2) avec un deuxième point.
4. Pour vérification, recommencer encore une fois le processus pour obtenir un troisième point.
5. Placer ces trois points dans un repère.
6. Tracer la droite passant par ces trois points (à la règle, évidemment)

Exemple 1.

(d) est une droite d'équation $y = -8x - 7$. A est un point d'abscisse -5. Quelle est son ordonnée ? Justifier.

$$y = -8 \times (-5) - 7$$

$$y = 33 \Rightarrow \text{l'ordonnée de A est } 33$$

↪ calcul : ordonnée

Exemple 2.

(d) est une droite d'équation $y = 5x + 4$. A est un point d'ordonnée -6. Quelle est son abscisse ? Justifier.

$$\begin{array}{rcl} -6 & = & 5x + 4 \\ -10 & = & 5x \\ -2 & = & x \end{array}$$

$$\text{l'abscisse de A vaut } -2$$

↪ équation : abscisse

Exemple 3.

(d) est une droite d'équation $y = 9x + 3$. La construire dans un repère. **On donnera les calculs effectués.**

Calculs :

$$x = 0 \Rightarrow y = 9 \times 0 + 3 = 3 \Rightarrow A_1(0; 3)$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 9 \times (-1) + 3 = -6 \Rightarrow A_2(-1; -6)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 9 \times 1 + 3 = 12 \Rightarrow A_3(1; 12)$$

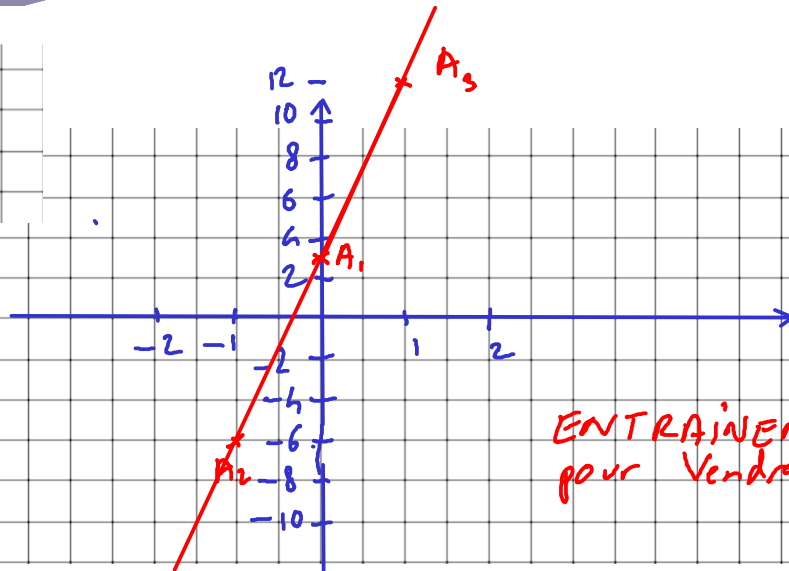
Construction :

Cours

$$A_1(0;3)$$

$$\Rightarrow A_2(-1;-6)$$

$$\Rightarrow A_3(1;12)$$



ENTRAÎNEMENT DU COURS 4
pour Vendredi 2 février.

Indications et résultats du cours n°4

Définition n°1 : (dans le désordre) fixés ; pente ; coefficient ; l'ordonnée à l'origine ; vertical ; intersection ; ordonnée ; équation ; nombres ; directeur ; $y=ax+b$; $ax+b$

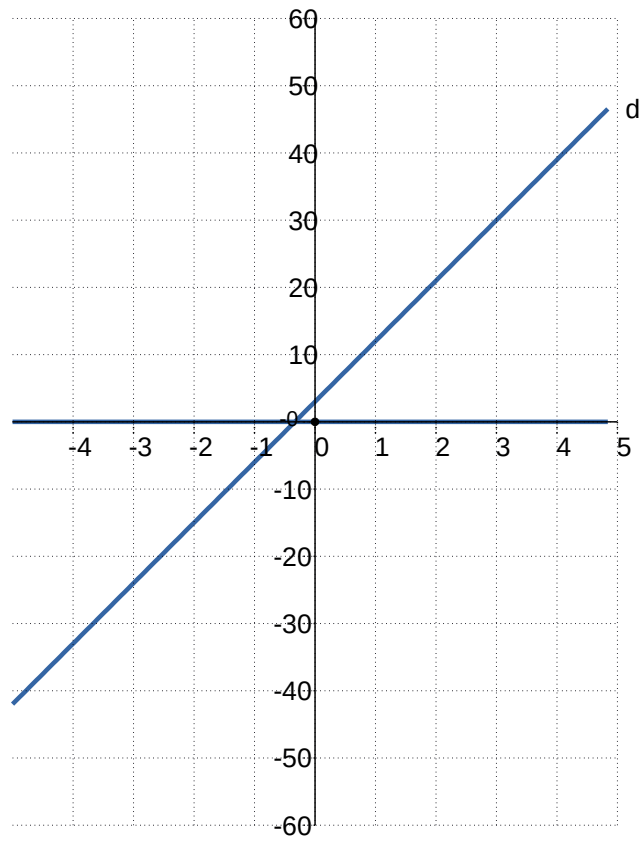
Propriété n°1 : (dans le désordre) l'abscisse ; l'abscisse ; l'abscisse ; l'ordonnée ; l'ordonnée ; abscisse ; ordonnée ; résoudre ; l'ordonnée

Propriété n°2 : (dans le désordre) troisième ; un ; placer ; ordonnée ; l'abscisse ; l'équation ; nombre ; deuxième ; tracer

Exemple n°1 : A a pour ordonnée 33.

Exemple n°2 : A a pour abscisse -2 .

Exemple n°3 :



Fin du cours n°4

Automatisme 4, Cours n°5 : Déterminer graphiquement une équation de droite

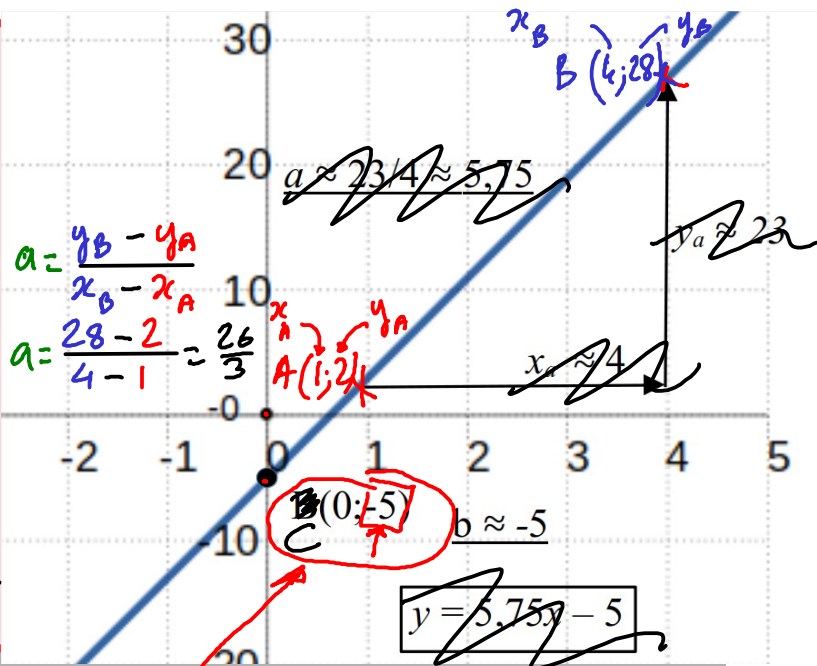
A4.g - Savoir déterminer graphiquement l'équation réduite d'une droite.

Propriété 1. Méthode pour déterminer graphiquement une équation de droite.

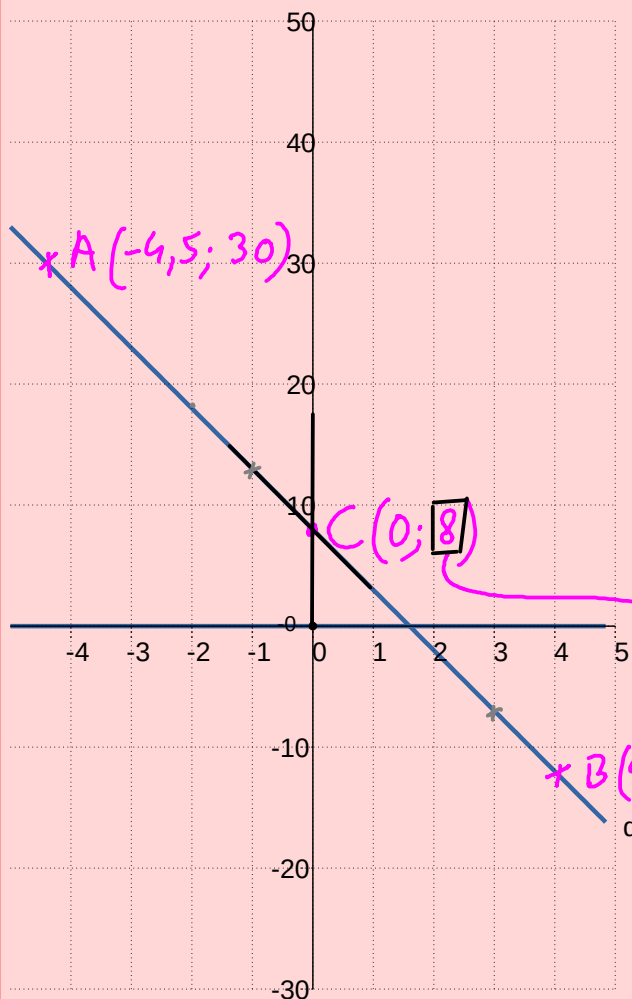
Déterminer l'équation d'une droite, c'est déterminer les ...valeurs... de a et b de l'équation $y = ax + b$.

Pour a :

1. Choisir un point la droite.
2. Se déplacer d'une quantité x_a (en lisant sur l'axe des abscisses la quantité position d'arrivée moins position de départ)
3. Se déplacer jusqu'à la droite, et déterminer cette longueur y_a .



- Choisir deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$
- $$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
- $$y = \frac{26}{3}x + b$$
- b est l'ordonnée du point de la droite qui est sur l'axe des ordonnées.
- $b = -5 \Rightarrow y = \frac{26}{3}x - 5$



- Choisir A et B sur (d)
- lire leurs coordonnées
- Appliquer la formule pour a.
- Repérer le pt d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées
- lire son ordonnée
- (en lisant sur l'axe des ordonnées la quantité
- Conclure.

$$a = \frac{-12 - 30}{4 - (-4,5)} = \frac{-42}{8,5}$$

L'équation de (d) est $y = -\frac{42}{8,5}x + 8$

position d'arrivée moins la position de départ).

4. $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Pour b :

1. Lire les du point de la droite avec l'axe des (l'axe vertical).
2. b est de ce point.

Exemple 1.

(d) est la droite tracée ci-dessous. Déterminer son équation. **Attention : si aucun tracé explicatif n'est fait, le résultat ne sera pas pris en compte.**

Indications et résultats du cours n°5

Propriété n°1 : (dans le désordre) hasard ; au ; sur ; valeurs ; coordonnées ; quelconque ; verticalement ; horizontalement ; l'ordonnée ; x_a ; ordonnées ; d'intersection

Exemple n°1 : (d) a pour équation $y = -5x + 8$.

Fin du cours n°5

Automatisme 4, Cours n°6 : Déterminer une équation de droite avec deux points

A4.h - Savoir déterminer par le calcul l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

Propriété 1. Méthode pour déterminer une équation de droite avec deux points

Soient deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Soit (AB) la droite d'équation $y = ax + b$ passant par A et B . On peut déterminer les valeurs de a et b .

Pour a :

$$a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$$



S.p.r.

$$y = \dots x + \dots$$

Pour b :

Une fois a déterminé, on résout l'équation $y_a = ax_a + b$.

Exemple 1.

$A(-3; 6)$ et $B(8; 1)$ sont deux points du plan. Déterminer l'équation de la droite (AB) .

x_a

y_a

x_b

y_b

$$a = \frac{1 - 6}{8 - (-3)} = \frac{-5}{11} = -\frac{5}{11}$$

$A \in (AB)$, donc ses coordonnées $(x_a; y_a)$ vérifient la relation:

$$y_a = -\frac{5}{11}x_a + b$$

$$6 = -\frac{5}{11} \times (-3) + b$$

$$6 - \frac{15}{11} = b$$

$$\begin{aligned} 6 &= \frac{15}{11} + b \\ (\times 11) \quad 66 &= 15 + 11b \\ 51 &= 11b \\ \frac{51}{11} &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{6}{1} - \frac{15}{11} &= b \\ \frac{66 - 15}{11} &= b \\ \frac{51}{11} &= b \end{aligned}$$

Donc l'équation de (AB) est:

$$y = -\frac{5}{11}x + \frac{51}{11}$$

Indications et résultats du cours 6

Propriété n°1 : $x_b - x_a$; résout

Exemple n°1 : (AB) a pour équation $y = -\frac{5}{11}x + \frac{51}{11}$.

Fin du cours n°6

$$A(3; -1) \quad B(7; 7) \rightarrow (AB) \quad y = ax + b$$

$$C(1; 2) \quad D(5; 10) \rightarrow (CD) \quad y = a'x + b'$$

... puis (AC) et (BD)
 . Prouver que ABDC est un parallélogramme

Chapitre 5 : Dérivées

Chapitre 5, Cours n°1 : Taux de variation

C5.a – Savoir déterminer graphiquement un nombre dérivé.

C5.b – Savoir calculer un nombre dérivé en un point d'abscisse donnée à l'aide du taux de variation.

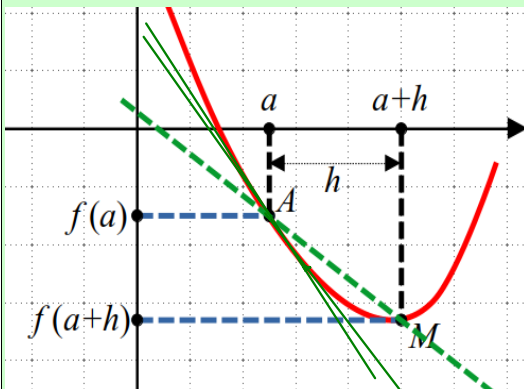
C5.c – Savoir associer signe du nombre dérivé et variation locale de la fonction.

Définition 1. Taux de variation

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Soit $a \in I$, l'abscisse d'un point de la courbe représentative de f . Soit h un nombre positif tel que $a+h \in I$.

Alors le taux de variation de f entre a et $a+h$ est : $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$



$$\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h - a}$$

Définition 2. Nombre dérivé

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Soit $a \in I$, l'abscisse d'un point de la courbe représentative de f . Soit h un nombre positif tel que $a+h \in I$.

Alors le nombre dérivé de f en a est la valeur limite du taux de variation quand h tend vers 0

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

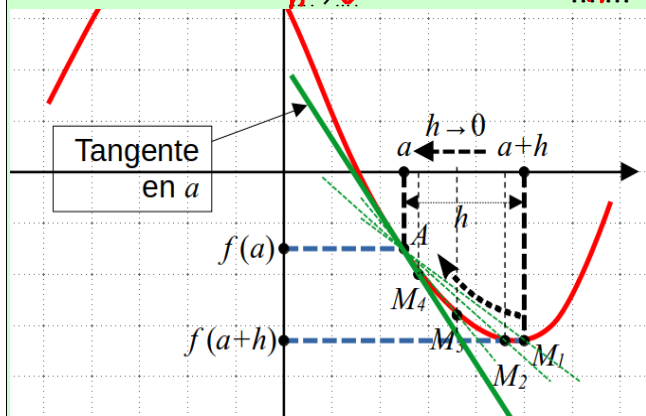
$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$$



Cours

On le note : $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

le nombre dérivé



Propriété 1. Pente de la tangente et nombre dérivé

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Soit $a \in I$. Le nombre dérivé de f en a est égal à la *pente* de la *tangente* en *au point d'abscisse a*.

Propriété 2. Pente de la tangente, nombre dérivé et variation de la fonction (admise)

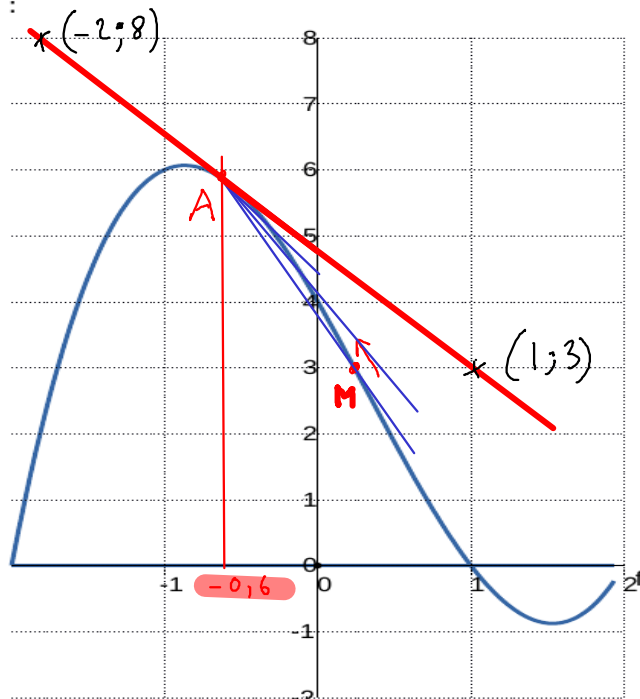
Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Soit $a \in I$.

- Si le nombre dérivé en a est *positif*, alors la fonction est *croissante*.
- Si le nombre dérivé en a est *negatif*, alors la fonction est *decroissante*.

Exemple 1.

1. Déterminer graphiquement (et donc approximativement) le nombre dérivé en *-0,6* de la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous (*on fera les tracés justifiant la réponse*) :



$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$a \approx \frac{3 - 8}{1 - (-0.6)} \approx \frac{-5}{1.6} \approx -3.125$$

$a < 0 \Rightarrow$ au voisinage de $-0,6$,

la fonction est décroissante.

2^{ème} ex. du CS.1

puis,

2^{ème} ex. du CS.2

Cours

1. Calculer le nombre dérivé en 7 de la fonction g définie par $g(x) = 7x^2 + 8x + 7$.
2. Que peut-on en déduire pour la fonction g , au voisinage de 7 ?

$$T_{g,7} = \frac{g(7+h) - g(7)}{h}$$

$$= \frac{7 \times (7+h)^2 + 8 \times (7+h) + 7 - [7 \times 7^2 + 8 \times 7 + 7]}{h}$$

$$= \frac{7 \times (7^2 + 2 \times 7 \times h + h^2) + 8 \times 7 + 8 \times h + 7 - [7 \times 49 + 56 + 7]}{h}$$

$$= \frac{7 \times 49 + 98h + 7h^2 + 56 + 8h + 7 - 343 - 56 - 7}{h}$$

$$= \frac{98h + 7h^2 + 8h}{h} = \frac{106h + 7h^2}{h} = \frac{106h}{h} + \frac{7h^2}{h} = 106 + 7h$$

FIN du cours n°1

$$\lim_{h \rightarrow 0} T_{g,7} = \lim_{h \rightarrow 0} 106 + 7h = 106 > 0$$
 (positif)

Donc, au voisinage de 7, la fonction est croissante.

$h=0,1: 106+0,7=106,7$
 $h=0,01: 106+0,07=106,07$
 $h=0,0001: 106+0,0007=106,0007$

Chapitre 5, Cours n°2 : Nombre dérivé

- C5.d** - Savoir calculer un nombre dérivé en un point d'abscisse quelconque a à l'aide du taux de variation.
- C5.e** - Savoir étudier les variations d'une fonction à l'aide de la fonction dérivée par le biais du nombre dérivé.

Définition 1. Fonction dérivée

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

À chaque point d'abscisse a , on peut associer la ... pente ... de la tangente à la courbe représentative de f en a . C'est à dire le ... nombre dérivé ...

Cette fonction, qui à un nombre a associe le ... nombre dérivé ... de f en a , est appelée ... fonction dérivée ...

Si f est la fonction étudiée, cette fonction dérivée se note ... f' ...

On rappelle la propriété n°2 du cours n°1 :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

Soit $a \in I$.

- Si le nombre dérivé en a est ... positif ..., alors la fonction est ... croissante ... au voisinage de a ...
- Si le nombre dérivé en a est ... négatif ..., alors la fonction est ... décroissante ... au voisinage de a ...

Exemple 1.

1. Calculer le taux de variation de la fonction g définie par $g(x) = 1x^2 + 6x - 5$, en 3.

pour commencer: $T_{a,g} = \frac{g(a+h) - g(a)}{h}$

$$T_{3,g} = \frac{g(3+h) - g(3)}{h}$$

$$T_{3,g} = \frac{1 \times (3+h)^2 + 6 \times (3+h) - 5}{h} - [1 \times 3^2 + 6 \times 3 - 5]$$

$$T_{3,g} = \frac{1 \times (3^2 + 2 \times 3 \times h + h^2) + 18 + 6h - 5}{h} - (9 + 18 - 5)$$

$$T_{3,g} = \frac{9 + 6h + h^2 + 18 + 6h - 5 - 9 - 18 + 5}{h} = \frac{12h + h^2}{h}$$

$$T_{3,g} = \frac{12h}{h} + \frac{h^2}{h} = 12 + h$$

2. En utilisant la limite quand h tend vers 0, en déduire le nombre dérivé de la fonction g en 3.

$$\lim_{h \rightarrow 0} T_{3,g} = \lim_{h \rightarrow 0} 12 + h = 12$$

3. Que peut-on en déduire pour la fonction g , au voisinage de 3 ?

$12 > 0$, donc, au voisinage de 3, g est croissante.

Exemple 2.

1. Calculer le taux de variation en un point **d'abscisse quelconque** a de la fonction k définie par $k(x) = -5x^2 - x + 3$ (on obtiendra donc une formule contenant a et du h).

$$T_{a,k} = \frac{k(a+h) - k(a)}{h} = \frac{-5(a+h)^2 - (a+h) + 3 - [-5a^2 - a + 3]}{h}$$

$$T_{a,k} = \frac{-5(a^2 + 2ah + h^2) - a - h + 3 + 5a^2 + a - 3}{h}$$

$$T_{a,k} = \frac{-5a^2 + (-5) \times 2ah + (-5) \times h^2 - a - h + 5a^2 + a}{h}$$

$$T_{a,k} = \frac{-10ah - 5h^2 - h}{h}$$

$$T_{a,k} = \frac{-10ah}{h} - \frac{5h^2}{h} - \frac{h}{h}$$

$$T_{a,k} = -10a - 5h - 1$$

ENTRAÎNEMENT CS. 1
pour Vendredi 5 avril.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 4y - 7}{2x^2}$$

Cours

$$-5 \times 1 = -5$$

$$-5 \times 0,1 = -0,5$$

$$-5 \times 0,01 = -0,05$$

$$-5 \times 0,001 = -0,005$$

$$\dots = -0,0 \dots \dots \dots 0,5 \approx 0$$

2. En utilisant la limite quand h tend vers 0, en déduire le nombre dérivé en un point d'abscisse quelconque a de la fonction k . (on obtiendra donc une formule contenant que du a).

$$\lim_{h \rightarrow 0} -10a - \underbrace{5h}_{h \rightarrow 0} - 1 = -10a - 1 = \text{pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse } a = \text{nombre dérivé de la au point d'abscisse } a$$

3. Étudier le signe de l'expression obtenue en fonction de a .

Etude du signe de $-10a - 1$ en fonction de a :

• C'est une fonction affine de coefficient directeur $-10 < 0$ (donc sa représentation est une droite qui descend $\Rightarrow +$ puis $-$)

$$\begin{aligned} -10a - 1 &= 0 \\ -10a &= 1 \\ a &= -\frac{1}{10} \end{aligned}$$

a	$-\infty$	$-\frac{1}{10}$	$+\infty$
$-10a-1$	+	0	-

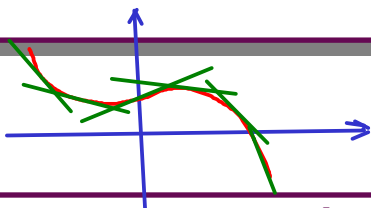
4. Que peut-on en déduire concernant les variations de la fonction k ?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{10}$	$+\infty$
$k'(x) = -10x - 1$	+	0	-
$k(x)$		3,05	

$$k(x) = -5x^2 - x + 3$$

$$\begin{aligned} k\left(-\frac{1}{10}\right) &= -5 \times \left(-\frac{1}{10}\right)^2 - \left(-\frac{1}{10}\right) + 3 \\ &= -\frac{5}{100} + \frac{1}{10} + 3 \\ &= 3,05. \end{aligned}$$

FIN du cours n°2



Chapitre 5, Cours n°3 : Formulaire

C5.f – Connaître et appliquer le formulaire.

C5.g – Savoir étudier les variations d'une fonction polynôme.

Propriété 1. Fonctions dérivées des fonctions usuelles

Fonction	Fonction dérivée
Fonction affine : $f(x) = mx + p$	m <i>la dérivée d'une f. affine est toujours le coef. dir.</i>
Fonction carrée : $f(x) = x^2$	$2x$
Fonction puissance entière : $f(x) = x^n$ $n \in \mathbb{N}^*$	$n \times x^{n-1}$ $(x^3)' = 3 \times x^{3-1}$ $(x^4)' = 4 \times x^{4-1}$

Dérivation et opérations

$$(f \times g)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

k est un nombre réel, f et g sont des fonctions dont les dérivées sont définies au moins sur un même intervalle I .

Opération	Fonction dérivée
$\rightarrow k \times f$	$(k \times f)' = k \times f'$
$f + g$	$(f + g)' = f' + g'$

Exemple 1.

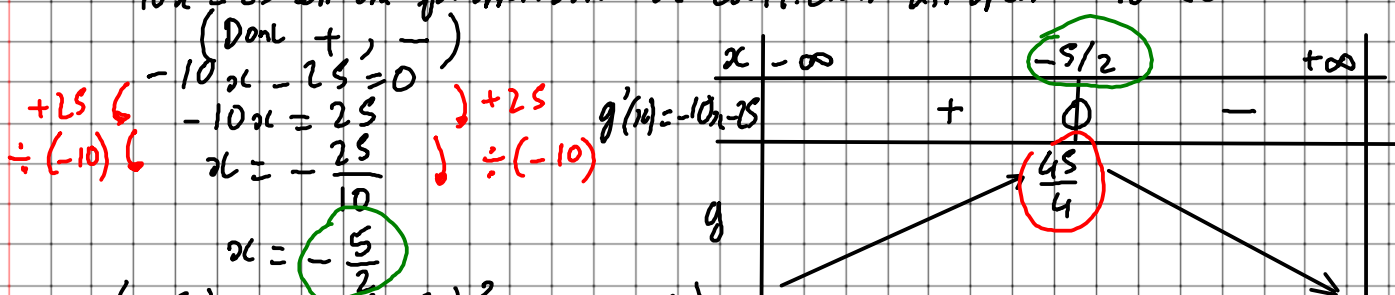
1.[1] Calculer la fonction dérivée de la fonction g définie par $g(x) = -5x^2 - 25x - 20$.

$$(-5x^2)' = (-5 \times x^2)' = -5 \times (x^2)' = -5 \times 2x = -10x \quad ①$$

$$(-25x - 20)' = (-25)' = -25 \quad ② \Rightarrow g'(x) = -10x - 25$$

2.[4] Étudier le signe de la dérivée et en déduire les variations de g .

$-10x - 25$ est une fonction affine de coefficient directeur $-10 < 0$.



$$g\left(-\frac{5}{2}\right) = -5\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 25 \times \left(-\frac{5}{2}\right) - 20$$

$$= -5 \times \frac{25}{4} + \frac{25 \times 5}{2} - 20 = -\frac{125}{4} + \frac{125}{2} - \frac{80}{4}$$

$$= \frac{-125 + 250 - 80}{4} = \frac{45}{4}$$

Exemple 2.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -0,4x^3 - 4,2x^2 - 14,4x - 1$.

1.[1] Montrer que $f'(x) = -1,2(x+3)(x+4)$

$$f'(x) = -0,4 \times 3x^2 - 4,2 \times 2x - 14,4$$

$$f'(x) = -1,2x^2 - 8,4x - 14,4 \quad ①$$

Développons $-1,2(x+3)(x+4)$:

$$-1,2(x+3)(x+4) = (-1,2x - 3,6)(x+4) = -1,2x^2 - 4,8x - 3,6x - 14,4 = -1,2x^2 - 8,4x - 14,4 = ①$$

Donc $f'(x) = -1,2(x+3)(x+4)$

2.[2] Déterminer le tableau de signe de f' en justifiant.

Cours

$$f'(x) = -1,2(x+3)(x+4)$$

$$\bullet -1,2 < 0$$

• $x+3$ est une f' affine de coefficient directeur $1 > 0$
(donc "-" puis "+")

$$x+3=0$$

$$x=-3$$

• $x+4$ est une f' affine de coefficient directeur $1 > 0$ (donc "-", puis "+")

$$x+4=0$$

$$x=-4$$

	$-\infty$	-4	-3	$+\infty$
$-1,2$	-	-	-	-
$x+3$	-	-	$\emptyset$	+
$x+4$	-	$\emptyset$	+	+
$f'(x)$	-	$\emptyset$	+	-

3.[2] En déduire le tableau de variation de f .

~~4.[1] Déterminer les extremums locaux de f .~~

FIN du cours n°3

Chapitre 5, Cours n°4 : Dérivée et sens de variation

C5.h - **Savoir** donner l'équation de la tangente à une courbe.C5.i - **Savoir** déterminer le sens de variation d'une fonction.équation de droite:
 $y = mx + p$ **Propriété 1. Équation de la tangente**Soit f une fonction définie sur un intervalle I , dérivable en un nombre réel a de l'intervalle I . Dans un repère, l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse a est :

$$y = f'(a)x + (f(a) - a \times f'(a))$$

Exemple 1.Soit f la fonction définie par $f(x) = -9x^3 - 3x^2 - 9x - 2$.Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en -8 .

$$y = f'(a)x + f(a) - a \times f'(a)$$

$$f(x) = -9x^3 - 3x^2 - 9x - 2$$

$$f'(x) = -9(3x^2) - 3(2x) - 9$$

$$f'(x) = -27x^2 - 6x - 9$$

$$f'(-8) = -27 \times (-8)^2 - 6 \times (-8) - 9 = -1689$$

$$f(-8) = -9 \times (-8)^3 - 3 \times (-8)^2 - 9 \times (-8) - 2 = 4486$$

Propriété 2. Signe de la dérivée et sens de variationSoit f une fonction dérivable sur un intervalle I . Alors :• Si pour tout x de I , $f'(x) \geq 0$, alors la fonction f est **croissante** sur I . Et réciproquement : **si f est croissante, f' est positive**• Si pour tout x de I , $f'(x) \leq 0$, alors la fonction f est **décroissante** sur I . Et réciproquement : **si f est décroissante, f' est négative**• Si pour tout x de I , $f'(x) = 0$, alors la fonction f est **constante** sur I . Et réciproquement : **si f est constante, $f'(x) = 0$ pour tout x** **Propriété 3. Extremums locaux**Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un nombre appartenant à I .Si f' **change de signe au voisinage de a** , alors f admet un minimum local ou un maximum local en a sur I .**Propriété 4. Résolution de l'équation $x^2 = a$** L'équation $x^2 = a$ a pour solution(s) :- l'ensemble vide si a est strictement négatif

$$x^2 = -4$$

$x^2 = 4$ a pour solution $\sqrt{4}$ et $-\sqrt{4}$
2 et -2

- $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ si a est positif.

Exemple 2.

a. Résoudre $x^2 = -4$

$-4 < 0$ donc cette équation a pour solution l'ensemble vide

b. Résoudre $x^2 = 16$

$16 > 0$, donc cette équation a deux solutions:
 $\sqrt{16} = 4$ et $-\sqrt{16} = -4$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Propriété 5. **Signe de $x^2 + a$, factorisation de $x^2 - a$**

1. Si a est positif, l'expression $x^2 - a$ se factorise :

$\Delta x^2 - a^2 = (x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a})$

Ceci permet d'étudier son signe.

2. Si a est positif, l'expression $x^2 + a$ est toujours positive.

Exemple 3.

$$x^2 = a \Rightarrow a = 49$$

a. Factoriser $x^2 - 49$. En déduire le tableau de signe de $x^2 - 49$.

$$x^2 - 49 = (x - \sqrt{49})(x + \sqrt{49}) = (x - 7)(x + 7)$$

b. Quel est le signe de $x^2 + 9$?

$2x^2 + 9$ est toujours positif.

c. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 49x + 7$. Étudier les variations de f (on pourra s'aider du résultat de l'une des questions précédentes)

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times (3 \times x^{3-1}) - 49$$

$$f'(x) = x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$$

$x+7 = 7$ est une f° affine de coef. dir. $1 > 0$: - +
 $x+7$ " " " " " " " " " " : - +
 $x-7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$; $x+7 = 0 \Leftrightarrow x = -7$

x	$-\infty$	-7	$+7$	$+\infty$
$x - 7$		-	-	+
$x + 7$		-	+	+
$f(x) = (x+7)$		+	-	+

f

$f(-7)$

$f(7)$

ENTRAÎNEMENT CS.4
pour vendredi 24 mai.



FIN du cours n°4

Chapitre 6 : Probabilités conditionnelles

Chapitre 6, Cours n°1 : Probabilités conditionnelles

C6.a – Savoir déterminer une probabilité conditionnelle.

C6.b – Savoir calculer une probabilité d'intersection.

C6.c – Savoir représenter une situation par un arbre et calculer une probabilité.

Définition 1. Vocabulaire des probabilités

- **L'univers**, noté généralement Ω est l'ensemble des résultats possibles liés à une expérience aléatoire.
- Un élément de Ω est une éventualité..... ou une issue.....
- Un événement..... est un sous-ensemble de Ω . Il peut être composé de plusieurs éventualités.
- Un événement..... élémentaire..... ne contient qu'une seule éventualité.
- L'événement impossible..... ne contient aucune éventualité. C'est l'événement vide.
- L'événement contraire..... contient toutes les éventualités. Il est égal à l'univers Ω .
- L'événement « A et B à la fois » est noté $A \cap B$ et est constitué de tous les événements élémentaires se trouvant à la fois dans A et dans B.
- On dit que deux événements A et B sont incompatibles..... si leur intersection est vide, ce qui revient à dire qu'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps. On a alors : $P(A \cap B) = 0$.
- L'événement « A ou B » noté $A \cup B$ est constitué de tous les événements élémentaires se trouvant dans l'un au moins des événements A et B.
- L'événement contraire de A, noté $\bar{A}$, contient toutes les éventualités de Ω qui ne sont pas dans A.....

Propriété 1. Propriétés des probabilités

Soient A et B deux événements de l'univers Ω . On a :

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Dans une situation d'équiprobabilité (autrement dit quand tous les événements élémentaires ont la même probabilité d'advenir), on a : $P(A) = \frac{\text{nb. d'éléments de } A}{\text{nb. d'éléments de } \Omega}$

Propriété 2. Probabilité conditionnelle

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire, et B un événement de probabilité non nulle.

Alors, pour tout évènement A de Ω , la probabilité de A sachant que B est réalisé est défini par :

$$p_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Remarque :

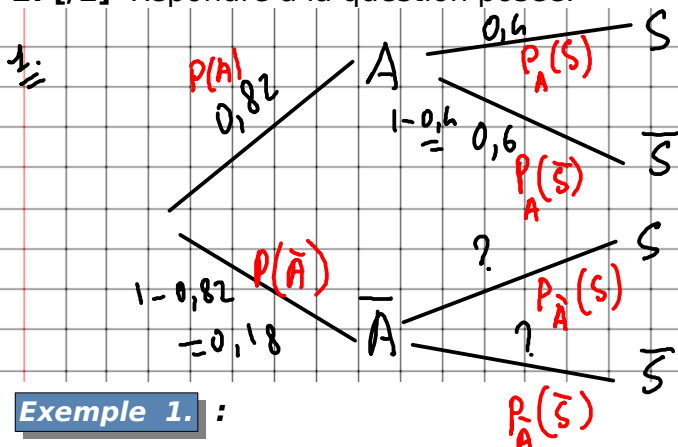
$p_B(A)$ est une probabilité, donc : $p_B(A) + p_B(\bar{A}) = 1$ et $0 \leq p_B(A) \leq 1$

C11.a - Savoir déterminer une probabilité conditionnelle.

Exemple 1. :

Dans une ville, 82% des logements sont des appartements, occupés à 40% par une seule personne. Le reste des logements sont des maisons. Quand on prend un logement au hasard dans cette ville, on considère les événements suivants : A : « Le logement est un appartement. » et S : « Le logement est occupé par une seule personne. » Déterminer la probabilité que le logement soit occupé par une seule personne sachant que c'est un appartement. → conditionnelle

1. [1] Construire un arbre de probabilité qui traduit la situation et le compléter au mieux.
2. [1] Répondre à la question posée.

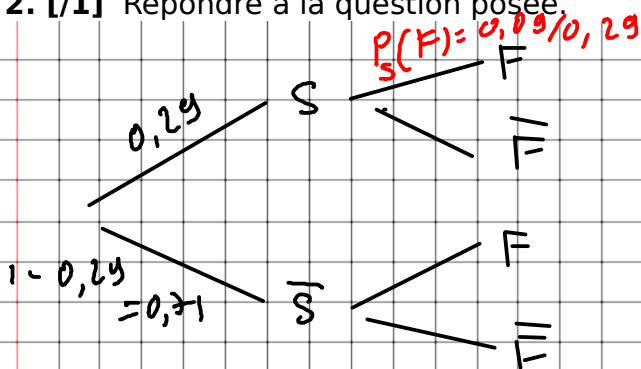


2. $P_A(S) = 0,4$

Exemple 1. :

Dans un lycée, 29 % sont des élèves de seconde. 9% des élèves du lycée jouent au football et sont des secondes.. Soit S : « L'élève est en seconde » et F : « L'élève joue au football ». Calculer la probabilité qu'un élève de seconde joue au football.

1. [1] Construire un arbre de probabilité qui traduit la situation et le compléter au mieux.
2. [1] Répondre à la question posée.



$$\frac{P(S \cap F)}{P(S)} = P_S(F)$$

(ou $P(S \cap F) = P(S) \times P_S(F)$)

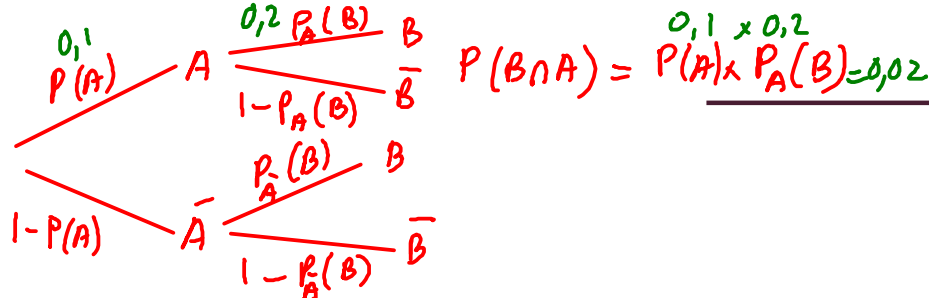
$$0,09 = 0,29 \times P_S(F)$$

$$P_S(F) = \frac{0,09}{0,29} = \frac{9}{29}$$

Propriété 3. Arbre de probabilités

Règle 1 : Sur les branches, on inscrit les probabilités des événements correspondants.

Cours



Règle 2 : Sur les branches du 2^{ème} niveau, on inscrit des probabilités

..... conditionnelles ($P_B(A), \dots$)

Règle 3 : La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à

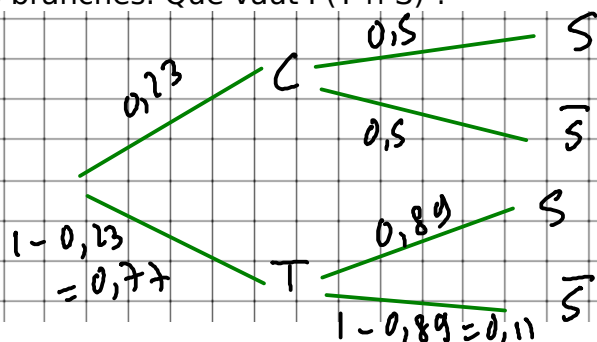
1.

Règle 4 : Le produit des probabilités des événements rencontrés le long d'un chemin est égal à la probabilité de l'intersection de ces événements.

C4.c - Savoir représenter une situation par un arbre et calculer une probabilité.

Exemple 1. :

Le matin, Héloïse boit du café avec une probabilité 0,23 ou du thé. Lorsqu'elle boit du café, elle y met du sucre la moitié du temps alors que quand elle boit du thé, elle y met du sucre 89 % du temps. On appelle C l'événement : « elle boit du café ce matin », T l'événement : « elle boit du thé ce matin » et S l'événement : « elle met du sucre dans sa boisson ce matin ». Construire un arbre de probabilité qui traduit la situation, et compléter les probabilités des branches. Que vaut $P(T \cap S)$?



P de S sachant T

$$P(T \cap S) = P(T) \times P_T(S)$$

$$P(T \cap S) = 0,77 \times 0,89$$

$$\underline{P(T \cap S) = 0,6853}$$

FIN du cours n°1

Chapitre 6, Cours n°2 : Formule des probabilités totales

C6.d - Savoir utiliser la formule des probabilités totales pour calculer une probabilité simple.

Définition 1. Partition

Ω est l'ensemble des événements élémentaires d'une expérience aléatoire.

A_1, A_2, A_3 désignent des sous-ensembles de Ω .

Dire que A_1, A_2, A_3 forment une de Ω signifie que les A_i sont deux-à-deux ($A_1 \cap A_2 = \emptyset$ - c'est à dire l'ensemble vide, etc.) et que $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$.

Propriété 1. Formule des probabilités totales.

Ω est l'ensemble des événements élémentaires d'une expérience aléatoire.

Si $A_1, A_2, A_3, \dots$ sont des sous-ensembles de Ω forment une de Ω :

Alors, la probabilité d'un événement quelconque B de Ω est donné par :

$P(B) = P(B \cap \dots) + P(\dots \cap \dots) + P(\dots \cap \dots) + \dots$ c'est-à-dire, lorsque $P(A_i) \neq 0$ pour tout i :

$$P(B) = P(\dots) \times P_{\dots}(\dots) + P(\dots) \times P_{\dots}(\dots) + P(\dots) \times P_{\dots}(\dots) + \dots$$

En particulier :

A et $\bar{A}$ forment une partition de Ω et donc, pour tout évènement B de Ω :

$$P(B) = P(B \cap \dots) + \dots$$

$$P(B) = P(\dots) \times P_{\dots}(\dots) + \dots$$

C12.d – Savoir utiliser la formule des probabilités totales pour calculer une probabilité simple.

Exemple 1.

Dans l'association sportive d'un lycée, il y a : • 26% d'élèves de Seconde dont 20% font du football, 55% de l'athlétisme et le reste de la natation , • 63% d'élèves de première dont 42% font du football, 42% de l'athlétisme et le reste de la natation , • 20% d'élèves de terminale dont 31% font du football, 5% de l'athlétisme et le reste de la natation. On prend un élève de l'association sportive et on considère les événements : • S (resp. P, resp. T) : « Cet élève est en Seconde (resp. première, resp. Terminale). » • F (resp. A, resp. N) : « Cet élève pratique le football (resp. l'athlétisme, resp. la natation). ». Calculer la probabilité qu'un élève pratique la natation.

FIN du cours n°2

Chapitre 6, Cours n°3 : Évènements indépendants

C6.e – Savoir prouver l'indépendance de deux événements.

Définition 1. : *indépendance d'évènements*

On dit que deux événements A et B sont indépendants lorsque
 $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

Propriété 1. :

Soient A et B deux événements de probabilité non nulle.

Dire que A et B sont indépendants revient à dire que $P_B(A) = \dots\dots\dots$

Dire que A et B sont indépendants revient à dire que $P_A(B) = \dots\dots\dots$

C6.e – Savoir prouver l'indépendance de deux événements.

Exemple 1. :

Le cuisinier d'une colonie de vacances a confectionné des beignets pour le goûter : • 40% des beignets sont à l'ananas, • 30% des beignets sont aux poires, • les autres sont aux pommes. 33% des beignets à l'ananas sont aromatisés à la cannelle, ainsi que 48% des beignets aux poires. 18% des beignets aux pommes sont aromatisés à la cannelle. On choisit un beignet au hasard et on définit les événements A : « Le beignet choisi est à l'ananas » et C : « Le beignet choisi est aromatisé à la cannelle ». Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

FIN du cours n°3

Chapitre 7 : Exponentielle

Chapitre 7, Cours n°2 : Propriétés de l'exponentielle de base a

C7.a – Savoir utiliser les propriétés des fonctions exponentielles de base a , avec $a > 0$

C7.b – Savoir utiliser le sens de variation des fonctions exponentielles de base a , avec $a > 0$, suivant le signe de k et les valeurs de a .

Définition 1. Fonction exponentielle de base a

On considère la suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dots$.

Cette suite est représentée par un nuage de points.

En passant à la limite, l'ensemble de définition à tout nombre réel, on obtient une fonction f définie par $f(x) = \dots$.

La fonction f est appelée fonction exponentielle de base a .

Propriété 1. Propriétés des puissances

On a les propriétés suivantes, prolongement des propriétés déjà vues pour les puissances de nombres entiers :

- $a^x = \dots$
- Pour tout $a > 0$, $a^0 = \dots$
- Pour tout $a > 0$, $a^1 = \dots$
- Pour tout $a > 0$, et pour tout x réel, $a^x \dots$
- Pour tout $a > 0$, pour tout x réel, pour tout y réel, $a^x \times a^y = \dots$ et $\dots = a^x \times a^y$,
- Pour tout $a > 0$, pour tout x réel, $\frac{1}{a^x} = \dots$ et $\dots = \frac{1}{a^x}$.
- Pour tout $a > 0$, pour tout x réel, pour tout y réel, $\frac{a^x}{a^y} = \dots$ et $\dots = \frac{a^x}{a^y}$,
- Pour tout $a > 0$, pour tout x réel, pour tout n entier, $(a^x)^n = \dots$ et $a^{x \times n} = (a^x)^n$.

Propriété 2. Variations de la fonction exponentielle de base a

Soit a un nombre réel strictement positif. Soit k un réel non nul.

1. Le sens de variation de la fonction $x \mapsto a^x$ est le même que celui de la suite géométrique associée :

- Si $0 < a < 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est strictement $\dots$ sur $\mathbb{R}$.
- Si $a > 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est strictement $\dots$ sur $\mathbb{R}$.
- Si $a = 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est $\dots$ sur $\mathbb{R}$.

2. • Si $k > 0$, la fonction $x \mapsto ka^x$ a que la fonction $x \mapsto a^x$
 • Si $k < 0$, la fonction $x \mapsto ka^x$ a de celui de la fonction $x \mapsto a^x$

Propriété 3. Variations et ordre

Soient a et b deux nombres réels d'un intervalle I tels que $a < b$.

Soit f une fonction définie sur I .

Alors :

- Si f est croissante sur I , alors
- Si f est décroissante sur I , alors

C7.a – Savoir utiliser les propriétés des fonctions exponentielles de base a , avec $a > 0$

Exemple 1. (1^{er} « Se tester » : Calculatrice INTERDITE) :

Exprimer $A = \frac{5^{-2,3} \times (5^{2,2})^8}{100}$ sous la forme $a \times b^c$ où a , b et c sont des nombres réels.

C7.b – Savoir utiliser le sens de variation des fonctions exponentielles de base a , avec $a > 0$, suivant le signe de k et les valeurs de a .

Exemple 2. (1^{er} « Se tester » : Calculatrice INTERDITE) :

Soit x et y deux nombres réels tels $x < y$.

a. Déterminer le signe de $7 \times 2,6^x - 7 \times 2,6^y$ en justifiant.

b. Déterminer le signe de $-7 \times 0,3^x + 7 \times 0,3^y$ en justifiant.



FIN du cours n°1

Chapitre 7, Cours n°2 : Taux moyen

C7.c – Savoir calculer un taux d'évolution moyen.

Exemple 1. (2^e « Se tester » : Calculatrice AUTORISÉE) :

Valérie a placé 50000 euros à la banque en janvier 2020. En janvier 2021, avec les intérêts, elle a 60000 euros. Quel était le taux d'évolution mensuel moyen ?

FIN du cours n°2

Chapitre 8 : Statistiques à deux variables

Chapitre 8, Cours n°1 : Droite des moindres carrés

C8.a – Savoir calculer un point moyen et placer un nuage de points.

C8.b – Savoir calculer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite d'ajustement affine (ou droite des moindres carrés).

C8.c – Savoir exploiter l'équation de la droite d'ajustement affine (ou droite des moindres carrés).

Définition 1. Série à deux variables, point moyen

Sur une population donnée, on peut étudier plusieurs caractéristiques. Une série statistique à deux variables est une liste de deux caractéristiques de cette population. On peut reporter ces deux séries dans un graphique, l'une des caractéristiques étant en abscisse, l'autre en ordonnée. On obtient ainsi un **nuage de points**.

On appelle **point moyen** le point ayant pour coordonnées les deux moyennes de chacune des deux caractéristiques.

Propriété 1. Droite des moindres carrés (ou de régression linéaire)

Soit une série à deux variables.

Il existe une droite qui minimise l'écart avec le nuage de points de cette série. Cette droite s'appelle la **droite des moindres carrés**.

Propriété 2. Obtention de l'équation de la droite des moindres carrés : Usage de la calculatrice :

Numworks («Régressions») :

-> **Pour obtenir le nuage de points :**

- Menu « Régressions » (il faut descendre deux fois avec la flèche vers le bas)
- Onglet « Données »
- mettre les latitudes dans la colonne X1
- mettre les températures correspondantes dans la colonne Y1
- Pour avoir le nuage de points : sélectionner l'onglet « Graphique ».

→ **Point moyen :**

- Onglet « Stats »
- Le point moyen a pour coordonnées (moyenne de X1; moyenne de Y1).

→ **Équation de la droite :**

- Onglet « Graphique »
- flèche haut, sélectionner « Régression » (en dessous des onglets « Données », « Graphique » et « Stats »).
- choisir « Linéaire ».
- flèche bas pour avoir l'équation $y = ax + b$.

ou :

- Onglet « Stats »
- descendre jusqu'à « Coefficient a »
- **Corrélation** (= indice de confiance) :
- Onglet « Stats »
- descendre jusqu'à « Coefficient de corrélation »

Casio (« droite d'ajustement linéaire ») :

?

1) Déterminer les éléments caractéristiques de chaque série.

2) Représenter le nuage de points associé à la série statistique double suivante et tracer la droite de régression de L en C.

?

Jour	1	2	3	4	5
X : température en °C	-6	-4	5	0	2
Y : Consommation en L	40	36	23	32	28

Accès au mode statistique - Entrée des données

Touche **MENU**, icône → Cet écran est appelé « écran des listes ».

Mettre les températures dans une liste, par exemple L1.
Mettre les consommations dans une autre liste (ici L2).

List 1	List 2	List 3	List 4
1	-6	40	
2	-4	36	
3	5	23	
4	0	32	
			40

Obtention du coefficient de corrélation

```
LinearReg
a = -1.4848484
b = 30.9898989
r = -0.9938105
r² = 0.98765539
y = ax + b
```

Il se lit sur l'écran donnant l'équation de la droite de régression.

2VAR 2REG SET

1) Calcul des paramètres des deux séries

Instruction **CALC** (touche **F2**) puis instruction **SET** (touche **F6**).

2Var Xlist : List 1 (touche **F1** puis **1**) ;
2Var Ylist : List 2 (touche **F1** puis **2**) ;
2Var Freq : 1 (touche **F1**).

Appuyer sur la touche **EXIT** pour revenir à l'écran des listes puis instruction **2VAR** (touche **F2**).

→ On peut faire défiler les résultats au moyen des flèches.

1Var Xlist	List 1	1Var Freq	List 2	2Var Xlist	List 1	2Var Ylist	List 2	2Var Freq	1
1 SET									

2-Variable		2-Variable	
Σx	= -0.6	Σy	= 31.8
Σx²	= 3	Σy²	= 159
Σxy	= 81	Σxy²	= 5233
Σxn	= 3.97934974	Σyn	= 5.94642749
Σxn²	= 4.44971909	Σyn²	= 6.64838805
n	= 5	Σxy	= -213

2) Représentation graphique

Retour à l'écran des listes : touche **EXIT** 2 fois, puis Instruction **GRPH**.

Paramétrer le Menu Statgraph1 :

Instruction **SET** et régler l'écran comme ci-contre.

Pour obtenir le nuage de points :

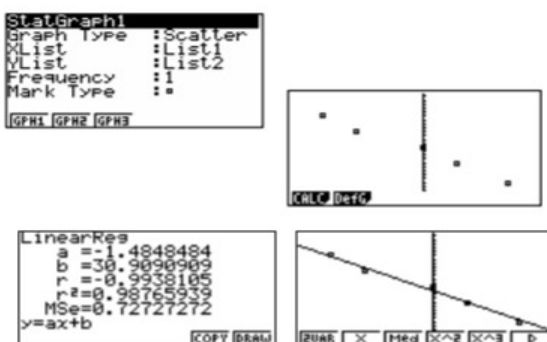
touche **EXIT** puis instruction **GPH1** (**F1**).

Pour obtenir la droite d'ajustement linéaire :

Instruction **X** (touche **F1**) puis instruction **DRAW** (touche **F6**).

→ A noter qu'un **ZoomStat** a été utilisé.

→ La droite d'ajustement de Y en X est obtenue par la méthode des moindres carrés.



Texas : (« droite d'ajustement linéaire ») :



- 1) Déterminer les éléments caractéristiques de chaque série.
- 2) Représenter le nuage de points associé à la série statistique double suivante et tracer la droite de régression de L en C.

Jour	1	2	3	4	5
X : température en °C	-6	-4	5	0	2
Y : Consommation en L	40	36	23	32	28

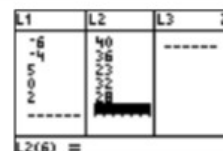


Accès au mode statistique - Entrée des données

Touche **stats** (sous-menu **EDIT**) **1:Edite**.

Mettre les températures dans une liste, par exemple L1.

Mettre les consommations dans une autre liste, par exemple L2.



1) Calcul des paramètres des deux séries

Touche **stats** (sous-menu **CALC**) **2: Stats 2-Var** puis taper L1, L2.

Séquence : **2nde** **1** , **2nde** **2** **entrer**

→ On peut faire défiler les résultats au moyen des flèches

EDIT **CALC** TESTS
1: Stats 1-Var
2: Stats 2-Var
3: Méd-Méd
4: Réglin(ax+b)
5: RéglQuad
6: RéglCubique
7: RéglQuatre

Stats 2-Var L1,L2

Stats 2-Var
x̄=-1.6
ȳ=31.6
Sx=4.449719092
Sy=5.946427499
n=5

Stats 2-Var
r=0.311008
r²=0.0967233
Cv=6.648308055
σy=5.946427499
Σxy=-213

2) Représentation graphique

Pour obtenir le nuage de points :

Instruction **graph stats** (touches **2nde** **f(x)**) puis **1** **entrer** et régler l'écran comme ci-contre puis **graphe**.

→ A noter qu'un **ZoomStat** a été utilisé : Touche **zoom** puis **9: ZoomStat**.

Pour obtenir la droite d'ajustement linéaire :

- calcul des paramètres de régression

stats (sous-menu **CALC**) **4: RégLin(ax+b)** puis taper L1, L2.

→ On peut alors lire à l'écran l'équation de la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.

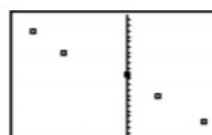
- représenter la droite de régression

f(x) puis taper **aX+b**.

Pour obtenir a et b, utiliser la séquence suivante :

séquence : **var** **5** puis (sous-menu **Eq**) **2** (ou **3**).

Graph1 Graph2 Graph3
Type: Off
ListeX: L1
ListeY: L2
Marque: . + .

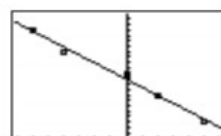


RégLin
y=ax+b
a=-1.484848485
b=30.90909091

2000 MEMOIRE
4:ZDécimal
5:ZOrthogonal
6:ZStandard
7:ZTri9
8:ZEntier
9:ZoomStat
0:ZMinMax

RégLin(ax+b) L1,L2

Graph1 Graph2 Graph3
V1: aX+b
V2:
V3:
V4:
V5:
V6:
V7:



Exemple 1.

En France, le coût horaire de la main d'œuvre, en euros, était de 24,4 € en 2000, 28,7 € en 2004, 32,2€ en 2008, et 35,3 € en 2012. On note x le rang de l'année, sachant que l'année 2000 sera de rang 0.

1. Donner le rang de l'année 2012.

2. Dresser le tableau de la série à deux variables : x le rang de l'année et y le coût horaire correspondant.

3. Construire un graphique avec le nuage de points correspondant à cette série à deux variables. On prévoira d'aller au moins jusqu'à 2023 sur l'axe des abscisses (**C8.a**).

4. En utilisant la calculatrice, déterminer l'équation de la droite des moindres carrés (**C8.b**). (vérification : $y = 0,905x + 24,72$)

5. Construire cette droite sur le graphique, en calculant les coordonnées de trois points (on écrira les calculs faits).

6. Calculer et placer le point moyen de cette série statistique (**remarque** : c'est un moyen de **vérification** : s'il est sur la droite tracée, c'est que le tracé a des chances d'être juste) (**C8.a**). (vérification (6;30,15))

7. *Exploitation graphique.* Lire graphiquement le coût que l'on peut prévoir en 2020 (**C8.c**). (**Faites un tracé en pontillé sur le graphique de la question 3.**)

8. *Exploitation calculatoire.* Vérifier en calculant le coût horaire en 2020 à l'aide de l'équation de la droite des moindres carrés trouvée à la question 4 (**C8.c**).

Cours



FIN du cours n°1